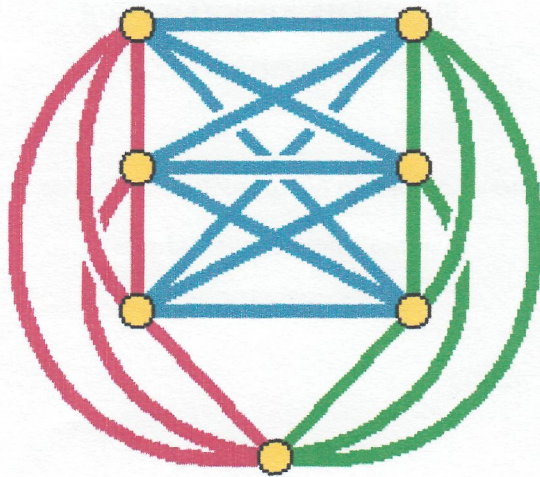


Дев'ятий Міжвузівський науково-практичний семінар

# *Комбінаторні конфігурації та їх застосування*

16-17 квітня 2010 року



Кіровоград  
2010

Міністерство освіти і науки України

Кіровоградський національний технічний університет

## *Матеріали*

Дев'ятого Міжвузівського науково-практичного семінару

### **“КОМБІНАТОРНІ КОНФІГУРАЦІЇ ТА ЇХ ЗАСТОСУВАННЯ”,**

**присвяченого 70 річниці від дня народження**

**Георгія Панасовича Донця**

**16–17 квітня 2010 року**

**Кіровоград**

**2010**

1. Кузнецов С.Т. Деякі факти з наукового життя Г.П.Донця.....	9
2. А. С. Бондаренко Графы линейных расширений и их регулярные подграфы .....	11
3. Бондарь О.П. Конфигурации линий уровня функций на многообразиях.....	15
4. Буй Д.Б., Глушко І.М. Теорія табличних алгебр: узагальнене числення рядків.....	16
5. Буй Д.Б., Богатирьова Ю.О. Побудова (повної) решітки мультимножин.....	18
6. О.А. Валуйская, В. В. Плахотниченко Про погружение специальных комбинаторных множеств евклидовое арифметическое пространство.....	20
8. В.А.Воблый Об асимптотике $m$ -присоединенных чисел Стирлинга 2-го рода.....	24
9. Волков Ю.І., Войналович Н.М. Про курс “Конкретна математика” професійній підготовці фахівців.....	26
10. Волченко М.В. Автоматизация алгоритма резолюции логики высказываний с помощью матричного представления дизъюнктов.....	29
11. Вороненко А. А. Новое доказательство одного факта из теории графов, широко используемого в теории бесповторных функций.....	32
12. Г. П. Донець, О. В. Мироненко Про необхідні умови Т-факторизації повних графів.....	35
13. Емец А.О. Числовые эксперименты для задачи о рюкзаке с нечеткими данными.....	39
14. Ємець О.О., Ємець Є.М., Ольховський Д.М. Другий метод комбінаторного відсікання в задачах на вершинно розташованих множинах з виключенням виродженості в допоміжних задачах лінійного програмування.....	44

15. О.А. Емец, Е.М. Емец <b>Оптимизация на вершинно расположенных множествах: модифицированный метод комбинаторного отсечения</b> .....	48
16. Сметь Ол-ра О. <b>Використання апарату нечітких множин в комбінаторній оптимізації</b> .....	52
17. Елифанов А.С. <b>Анализ геометрических образов поведения автоматов</b> .....	56
18. Извалов А.В., Сербина Н.А. <b>Об интернет-олимпиадах по дискретной математике</b> .....	60
19. И.В.Козин <b>О применимости эволюционных моделей в комбинаторных задачах</b> .....	65
20. И.В.Козин, С.И.Полога <b>Эволюционная модель для задачи цветного целочисленного прямоугольного раскроя</b> .....	68
21. Колокольникова Н.А., Михалева А.С. <b>Обобщенные числа Стирлинга 2-го рода и цепи Маркова с двумя состояниями</b> .....	70
22. С.В. <i>Компан</i> <b>Використання об'єктно-орієнтованої мови програмування при роботі з об'єктами бази даних NEODATIS</b> .....	74
23. Косовский Н.К. <b>Полиномиально быстрые вычисления паскалеобразными функциями</b> .....	84
24. О.В. Кузьмин, А.О. Малакичев <b>О хроматических числах некоторых предфрактальных и фрактальных графов</b> .....	86
25. О.В. Кузьмин, С.В. Ягельский <b>Комбинаторная модель распространения информационного сигнала на конечном графе</b> .....	89
26. С.В. Курапов, Т.А. Похальчук <b>Операция ротации дисков в правильно раскрашенном кубическом графе</b> .....	91
27. С.В. Курапов, Т.А. Похальчук <b>Единичные разрезы и реберные разрезы графа</b> .....	94
28. Настоящий В.А., Петренюк А.Я., Петренюк Д.А. <b>Доведення існування півобертової Т-факторизацій для всіх півсиметричних</b>	

з виключенням виродженості в допоміжних задачах лінійного програмування. Здійснена програмна реалізація цього методу та проведені числові експерименти, що підтверджують практичну ефективність методу.

#### ЛІТЕРАТУРА

1. Стоян Ю. Г., Ємець О. О. Теорія і методи евклідової комбінаторної оптимізації. – Київ: Інститут систем. досліджень освіти, 1993. – 188с.
2. Емец О.А. Об одном методе отсечений для задач комбинаторной оптимизации // Экономика и матем. методы. – 1997. – Т. 33, вып. 4. – С. 120-129.
3. Стоян Ю.Г., Ємець О.О., Ємець Є.М. Оптимізація на полірозміщеннях: теорія та методи: Монографія – Полтава: РВЦ ПУСКУ, 2005. – 103 с.
4. Емец О.А., Емец Е.М. Модификация метода комбинаторного отсечения в задачах оптимизации на вершинно расположенных множествах // Кибернетика и сист. анализ. – 2009. - № 5. – С. 129-136.

### ОПТИМИЗАЦИЯ НА ВЕРШИННО РАСПОЛОЖЕННЫХ МНОЖЕСТВАХ: МОДИФИЦИРОВАННЫЙ МЕТОД КОМБИНАТОРНОГО ОТСЕЧЕНИЯ

О.А. Емец, Е.М. Емец

[yemetsli@mail.ru](mailto:yemetsli@mail.ru)

*Полтавский университет потребительской кооперации Украины*

Рассмотрим задачу максимизации линейной функции при дополнительных линейных ограничениях на вершинно расположенном множестве в таком виде: найти

$$C(y^*) = \max_{y \in R^n} \sum_{j=1}^n c_j y_j \quad (1)$$

$$y^* = (y_1^*, \dots, y_n^*) = \arg \max_{y \in R^n} \sum_{j=1}^n c_j y_j \quad (2)$$

при дополнительных линейных условиях

$$\sum_{j=1}^n a_{ij} y_j = b_i \quad \forall i \in J_r; \quad (3)$$

$$y_j \geq 0 \quad \forall j \in J_n \quad (4)$$

с учетом комбинаторного ограничения

$$x = (x_1, \dots, x_k) = (y_1, \dots, y_k) \in E \subset R^k, \quad (5)$$

в котором комбинаторное множество  $E$  является вершинно расположенными, т.е. при образовании его выпуклой оболочки  $\text{conv}E$  совпадает с множеством ее вершин  $\text{vert}(\text{conv}E)$ , что можно кратко записать так:

$$E = \text{vert}(\text{conv}E). \quad (6)$$

В задаче (1)-(6):  $n, r, k$  - заданные натуральные константы, ( $k \leq n$ );  $R^n$  -  $n$ -мерное евклидово арифметическое пространство;  $J_r$  - обозначение множества первых  $r$  натуральных чисел ( $J_r = \{1, 2, \dots, r\}$ );  $c_j, a_{ij}, b_i$  - заданные действительные числа  $\forall i \in J_r, \forall j \in J_n$ .

Схему метода отсечения предлагается оставить такой, как изложено в [1]:

1. Решаем вспомогательную ЗЛП, которая получается из задачи (1)-(5) при условии (6) заменой (5) на принадлежность точки  $x$  выпуклой оболочке множества  $E$ :

$$x \in \text{conv}E. \quad (7)$$

Будем считать, что система линейных ограничений, описывающая условие (7), записана в виде равенств (как это делается при сведении ЗЛП к каноническому виду):

$$\sum_{j=1}^n a_{ij} y_j = b_i \quad \forall i \in J_s \setminus J_r, \quad (8)$$

где  $s$  - натуральная константа,  $s > r$ ,  $a_{ij}$ ,  $b_i$  - определенные в (7) действительные числа  $\forall i \in J_s \setminus J_r$ ,  $\forall j \in J_n$ .

Объединяя (3) и (8) имеем:

$$\sum_{j=1}^n a_{ij} y_j = b_i \quad \forall i \in J_s. \quad (9)$$

Таким образом, вспомогательная ЗЛП (ВЗЛП) имеет вид: найти (1), (2) при ограничениях (4), (9). Она и решается на этом этапе методом линейного программирования (симплекс-методом, методом искусственного базиса, двойственным симплекс-методом - в зависимости от вида ЗЛП), который дает вершину допустимой области.

2. Обозначим  $y^*$  решение ВЗЛП (1), (2), (4), (9). По  $y^*$  образуем  $x^* = (x_1^*, \dots, x_k^*) = (y_1^*, \dots, y_k^*)$ . Проверяем для  $x^*$  условие (5), т.е. проверяем

$$x^* \in E. \quad (10)$$

Если (10) выполняется, то задача (1)-(5) решена. Иначе переходим к пункту 3.

3. Находим смежные с  $y^*$  вершины многогранника (9). Определяем полупространство, граница которого проходит через эти смежные с точкой  $y^*$  вершины многогранника (9), а точка  $y^*$  ему не принадлежит:

$$\sum_{j=1}^n a_{r+1,j} y_j \leq b_{r+1}. \quad (11)$$

Это неравенство в форме равенства (добавив в его левую часть новую неотрицательную переменную) добавляем в систему (9) (соответственно увеличив  $s$ ). После этого переходим к пункту 1.

Отличительным в предлагаемой модификации метода есть способ построения неравенства (11).

Как известно из [1], отсечение (11) предлагается строить в виде

$$\sum_{j \in I} \frac{y_j}{\theta_j} \geq 1, \quad (12)$$

где  $J$  - множество небазисных переменных в точке  $y^*$  - решении ВЗЛП, а

$$\theta_j = \min_{i: \alpha_{ij} > 0} \frac{\beta_i}{\alpha_{ij}} = \frac{\beta_i}{\alpha_{ij}}. \quad (13)$$

Здесь  $\alpha_{ij}$ ;  $\beta_i$  - элементы симплекс-таблицы ВЗЛП ( $i$  - номер ее строки,  $j$  - столбца небазисной переменной), которая дает решение  $y^*$  (т.е. последней таблицы).

Формулы (12)-(13) хорошо работают, когда  $\theta_j > 0 \quad \forall j \in J$ . Иначе (при  $\theta_j = 0$ ) предлагалось [1] использовать методы возмущения (Чарнса и другие).

В докладе излагается модификация метода комбинаторного отсечения, позволяющая учитывать ситуацию с вырожденным решением ВЗЛП.

Изложим модифицированный метод комбинаторного отсечения для задачи оптимизации (1)-(5) на вершинно расположенном комбинаторном множестве.

Шаг 0. Задаем целочисленную переменную  $q = 0$ .

Шаг 1. Решается ВЗЛП (1), (2), (4), (9) прямым или двойственным симплекс-методом или методом искусственного базиса. Если эта задача не имеет решения, то не имеет решения и исходная задача (1)-(5), остановка. Иначе - переход на шаг 2.

Шаг 2. Проверяется условие  $x^* = (y_1^*, \dots, y_k^*) \in E$  (т.е. выполнение условия (5)). Если (5) для  $x^*$  выполняется, то задача (1)-(5) решена, остановка. Иначе - переход на шаг 3.

Шаг 3. Увеличиваем значение  $q$  на единицу.

Шаг 4. Добавляем к системе (9) (увеличивая  $s$  на единицу) отсечение точки  $y^*$  в виде равенства

$$-\sum_{\substack{h \in J \\ \theta_h \neq 0}} \frac{y_h}{\theta_h} + y_{n+q} = -1, \quad (14)$$



введе додаткову змінну:  $y_{n+q} \geq 0$ . В формулі (14)  $j_1, \dots, j_\gamma$  - номери небазисних змінних в останній точці  $y^*$  (отриманій як рішення ВЗЛП на кроці 1),  $\gamma$  їх кількість,  $J = \{j_1, \dots, j_\gamma\}$ , а  $\theta_i, \forall i \in J_\gamma$  знаходиться за формулою (13), т.е. так:  $\theta_j = \min_{\substack{1 \leq i \leq n \\ \alpha_{ij} > 0}} \frac{\beta_i}{\alpha_{ij}} = \frac{\beta_i}{\alpha_{ij}}$ , де  $\alpha_{ij}, \beta_i$  - елементи останньої симплекс-таблиці ВЗЛП, яка відповідає рішенню  $y^*$  цієї ВЗЛП,  $i$  - номер рядка таблиці,  $j$  - номер стовпця небазисної змінної. Далі - перехід на крок 1 методу.

Доклад базується на публікації [2].

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Стоян Ю.Г., Ємець О.О., Ємець Є.М. Оптимізація на полірозміщеннях: теорія та методи. - Полтава: РВЦ ПУСКУ, 2005. - 103 с.
2. Ємець О.А., Ємець Є.М. Модифікація методу комбінаторного відсічення в задачах оптимізації на вершинно розположених множествах// Кибернетика и сист. анализ. – 2009. – №5. – С. 129-136.

### ВИКОРИСТАННЯ АПАРАТУ НЕЧІТКИХ МНОЖИН В КОМБІНАТОРНІЙ ОПТИМІЗАЦІЇ

Ємець Ол-ра О.

[yemets2008@ukr.net](mailto:yemets2008@ukr.net)

*Полтавський університет споживчої кооперації України*

В задачах комбінаторної оптимізації часто постає питання врахування невизначеності вхідних даних, зокрема невизначеності заданої нечіткими множинами. В Україні задачі комбінаторної оптимізації на нечітких множинах розглядаються, зокрема, в працях [1-4].