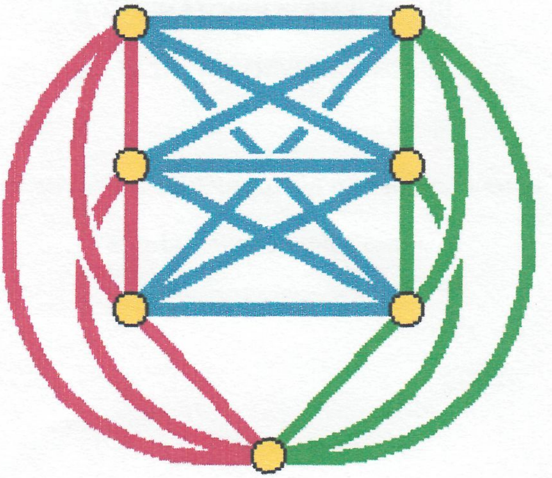
Дев'ятий Міжвузівський науково-практичний семінар

Комбінаторні конфігурації та їх застосування

16-17 квітня 2010 року



Кіровоград

2010

Міністерство освіти і науки України

Кіровоградський національний технічний університет

Матеріали

Дев'ятого Міжвузівського науково-практичного семінару

"КОМБІНАТОРНІ КОНФІГУРАЦІЇ

ТА ЇХ ЗАСТОСУВАННЯ",

присвяченого 70 річниці від дня народження

Георгія Панасовича Донця

16–17 квітня 2010 року

Кіровоград

2010

З М І С Т

стор.

з виключенням виродженості в допоміжних задачах лінійного програмування. Здійснена програмна реалізація цього методу та проведені числові експерименти, що підтверджують практичну ефективність методу.

ЛІТЕРАТУРА

1. Стоян Ю. Г., Ємець О. О. Теорія і методи евклідової комбінаторної оптимізації. – Київ: Інститут систем. досліджень освіти, 1993. – 188с.

2. Емец О.А. Об одном методе отсечений для задач комбинаторной оптимизации // Экономика и матем. методы. – 1997. – Т. 33, вып. 4. – С. 120-129.

3. Стоян Ю.Г., Ємець О.О., Ємець Є.М. Оптимізація на полірозміщеннях: теорія та методи: Монографія – Полтава: РВЦ ПУСКУ, 2005. – 103 с.

4. Емец О.А., Емец Е.М. Модификация метода комбинаторного отсечения в задачах оптимизации на вершинно расположенных множествах // Кибернетика и сист. анализ. – 2009. - № 5. – С. 129-136.

ОПТИМИЗАЦИЯ НА ВЕРШИННО РАСПОЛОЖЕННЫХ МНОЖЕСТВАХ: МОДИФИЦИРОВАННЫЙ МЕТОД КОМБИНАТОРНОГО ОТСЕЧЕНИЯ

О.А. Емец, Е.М. Емец

yemetsli@mail.ru

Полтавский университет потребительской кооперации Украины

Рассмотрим задачу максимизации линейной функции при дополнительных линейных ограничениях на вершинно расположенном множестве в таком виде: найти

$$C(y^*) = \max_{y \in R^n} \sum_{j=1}^{n} c_j y_j \qquad (1)$$

$$y^* = (y_1^*,...,y_n^*) = \arg\max_{y \in R^n} \sum_{j=1}^{n} c_j y_j \qquad (2)$$

при дополнительных линейных условиях

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij} y_j = b_i \quad \forall i \in J_r; \qquad (3)$$

$$y_j \geq 0 \quad \forall j \in J_n \qquad (4)$$

с учетом комбинаторного ограничения

$$x = (x_1,...,x_k) = (y_1,...,y_k) \in E \subset R^k, \qquad (5)$$

в котором комбинаторное множество E является вершинно расположенными, т.е. при образовании его выпуклой оболочки $convE$ совпадает с множеством ее вершин $vert(convE)$, что можно кратко записать так:

$$E = vert(convE). \qquad (6)$$

В задаче (1)-(6): n, r, k - заданные натуральные константы, $(k \leq n)$; R^n - n-мерное евклидово арифметическое пространство; J_r - обозначение множества первых r натуральных чисел $(J_r = \{1,2,...,r\})$; c_j, a_{ij}, b_i - заданные действительные числа $\forall i \in J_r$, $\forall j \in J_n$.

Схему метода отсечения предлагается оставить такой, как изложено в [1]:

1. Решаем вспомогательную ЗЛП, которая получается из задачи (1)-(5) при условии (6) заменой (5) на принадлежность точки x выпуклой оболочке множества E:

$$x \in convE. \qquad (7)$$

Будем считать, что система линейных ограничений, описывающая условие (7), записана в виде равенств (как это делается при сведении ЗЛП к каноническому виду):

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij} y_j = b_i \quad \forall i \in J_s \setminus J_r, \qquad (8)$$

где s - натуральная константа, $s > r$, a_{ij}, b_i - определенные в (7) действительные числа $\forall i \in J_s \setminus J_r$ $\forall j \in J_n$.

Объединяя (3) и (8) имеем:

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij} y_j = b_i \quad \forall i \in J_s. \tag{9}$$

Таким образом, вспомогательная ЗЛП (ВЗЛП) имеет вид: найти (1), (2) при ограничениях (4), (9). Она и решается на этом этапе методом линейного программирования (симплекс-методом, методом искусственного базиса, двойственным симплекс-методом - в зависимости от вида ЗЛП), который дает вершину допустимой области.

2. Обозначим y^* решение ВЗЛП (1), (2), (4), (9). По y^* образуем $x^* = (x_1^*,...,x_k^*) = (y_1^*,...,y_k^*)$. Проверяем для x^* условие (5), т.е. проверяем

$$x^* \in E. \tag{10}$$

Если (10) выполняется, то задача (1)-(5) решена. Иначе переходим к пункту 3.

3. Находим смежные с y^* вершины многогранника (9). Определяем полупространство, граница которого проходит через эти смежные с точкой y^* вершины многогранника (9), а точка y^* ему не принадлежит:

$$\sum_{j=1}^{n} a_{r+1,j} y_j \le b_{r+1}. \tag{11}$$

Это неравенство в форме равенства (добавив в его левую часть новую неотрицательную переменную) добавляем в систему (9) (соответственно увеличив s). После этого переходим к пункту 1.

Отличительным в предлагаемой модификации метода есть способ построения неравенства (11).

Как известно из [1], отсечение (11) предлагается строить в виде

$$\sum_{j_i \in J} \frac{y_{j_i}}{\theta_{j_i}} \ge 1, \tag{12}$$

где J -множество небазисных переменных в точке y^* - решении ВЗЛП, а

$$\theta_j = \min_{i:\alpha_{ij}>0} \frac{\beta_i}{\alpha_{ij}} = \frac{\beta_t}{\alpha_{tj}}. \qquad (13)$$

Здесь α_{ij}; β_i - элементы симплекс-таблицы ВЗЛП (i - номер ее строки, j - столбца небазисной переменной), которая дает решение y^* (т.е. последней таблицы).

Формулы (12)-(13) хорошо работают, когда $\theta_{j_i} > 0 \ \ \forall j_i \in J$. Иначе (при $\theta_j = 0$) предлагалось [1] использовать методы возмущения (Чарнса и другие).

В докладе излагается модификация метода комбинаторного отсечения, позволяющая учитывать ситуацию с вырожденным решением ВЗЛП.

Изложим модифицированный метод комбинаторного отсечения для задачи оптимизации (1)-(5) на вершинно расположенном комбинаторном множестве.

Шаг 0. Задаем целочисленную переменную $q = 0$.

Шаг 1. Решается ВЗЛП (1), (2), (4), (9) прямым или двойственным симплекс-методом или методом искусственного базиса. Если эта задача не имеет решения, то не имеет решения и исходная задача (1)-(5), остановка. Иначе - переход на шаг 2.

Шаг 2. Проверяется условие $x^* = (y_1^*,...,y_k^*) \in E$ (т.е. выполнение условия (5)). Если (5) для x^* выполняется, то задача (1)-(5) решена, остановка. Иначе - переход на шаг 3.

Шаг 3. Увеличиваем значение q на единицу.

Шаг 4. Добавляем к системе (9) (увеличивая s на единицу) отсечение точки y^* в виде равенства

$$-\sum_{\substack{j_i \in J \\ \theta_{j_i} \neq 0}} \frac{y_{j_i}}{\theta_{j_i}} + y_{n+q} = -1, \qquad (14)$$

введя дополнительную переменную $y_{n+q} \geq 0$. В формуле (14) $j_1,...,j_\gamma$ - номера небазисных переменных в последней точке y^* (полученной как решение ВЗЛП на шаге 1), γ их количество, $J = \{j_1,...,j_\gamma\}$, а θ_{j_t} $\forall t \in J_\gamma$ находится по формуле (13), т.е. так: $\theta_j = \min\limits_{\substack{1 \leq i \leq s \\ \alpha_{ij} > 0}} \frac{\beta_i}{\alpha_{ij}} = \frac{\beta_i}{\alpha_{ij}}$, где α_{ij}, β_i - элементы последней симплекс-таблицы ВЗЛП, которая соответствует решению y^* этой ВЗЛП, i - номер строки таблицы, j - номер столбца небазисной переменной. Далее - переход на шаг 1 метода.

Доклад базируется на публикации [2].

ЛИТЕРАТУРА

1. Стоян Ю.Г., Ємець О.О., Ємець Є.М. Оптимізація на полірозміщеннях: теорія та методи. - Полтава: РВЦ ПУСКУ, 2005. - 103 с.

2. Емец О.А., Емец Е.М. Модификация метода комбинаторного отсечения в задачах оптимизации на вершинно расположенных множествах// Кибернетика и сист. анализ. – 2009. – №5. – С. 129-136.

ВИКОРИСТАННЯ АПАРАТУ НЕЧІТКИХ МНОЖИН В КОМБІНАТОРНІЙ ОПТИМІЗАЦІЇ

Ємець Ол-ра О.

yemets2008@ukr.net

Полтавський університет споживчої кооперації України

В задачах комбінаторної оптимізації часто постає питання врахування невизначеності вхідних даних, зокрема невизначеності заданої нечіткими множинами. В Україні задачі комбінаторної оптимізації на нечітких множинах розглядаються, зокрема, в працях [1-4].