

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ УКРАЇНИ
ПОЛТАВСЬКИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ

ТЕЗИ ДОПОВІДЕЙ
47 НАУКОВОЇ КОНФЕРЕНЦІЇ ПРОФЕСОРІВ,
ВИКЛАДАЧІВ, НАУКОВИХ ПРАЦІВНИКІВ,
АСПІРАНТІВ ТА СТУДЕНТІВ УНІВЕРСИТЕТУ

Частина I

Секції:

українознавство; російська мова;
історичні дисципліни і право;
філософія; мовознавство; вища
математика; фізичне виховання

Полтава - 1995 рік

СЕНДІР БИЦОЇ МАТЕМАТИКОЇ

УДК 519.854.2

О.О.Ємель, О.О.Валуїська
Полтавський УВПРО ОПУКЛЕ ПРОДОВЖЕННЯ ЦІЛЬОВОЇ ФУНКЦІЇ
З ОБМЕЖЕНИМИ ЧАСТИННИМИ ПОХІДНИМИ ПЕРШОГО ТА ДРУГОГО ПОРЯДКУНехай $f(x): \mathbb{R}^k \rightarrow \mathbb{R}^1$ і $f(x) \in C^2(\mathbb{R}^k)$.Розглянемо задачу: знайти функцію $F(x)$ таку, що1. $F(x)$ — опукла в \mathbb{R}^k ; 2. $F(x)$ — задана аналітичним виразом в \mathbb{R}^k ; 3. $F(x) = f(x)$, $\forall x: |x|=1$, $|x| = \sqrt{\sum_{i=1}^k x_i^2}$.Нехай для $f(x) \in C^2(\mathbb{R}^k)$ для $\forall i, j, 1 \leq i, j \leq k$, в m_{ij}, M_{ij} ,

$$m_{ij} \leq \frac{\partial^2 f(x)}{\partial x_i \partial x_j} \leq M_{ij}, \forall x \in \mathbb{R}^k. \quad (1)$$

Теорема 1. Нехай $f(x): \mathbb{R}^k \rightarrow \mathbb{R}^1$, $f(x) \in C^2(\mathbb{R}^k)$, де f задовольняє умовам (1). Тоді $F(x) = f(x) + (P_1 + P_2) |x|^2 / 2 - (P_1 + P_2) / 2$ — опукла в \mathbb{R}^k функція, де $M_1 \leq P_1 = \max(0, \max_{i,j} \{-m_{ij}\})$;

$$M_2 \leq P_2 = \max(0, \max_{i,j} \{(k-1) \max(|m_{ij}|, |M_{ij}|) - \sqrt{P_1 - m_{ij}} \sqrt{P_1 - m_{jj}}\}).$$

Розглянемо такі обмеження на похідні: $\forall i, j, 1 \leq j$

$$\left| \frac{\partial^2 f(x)}{\partial x_i \partial x_j} \right| \leq m, \forall x \in \mathbb{R}^k; \forall i, \left| \frac{\partial^2 f(x)}{\partial x_i^2} \right| \leq M, \forall x \in \mathbb{R}^k. \quad (2)$$

Теорема 2. Нехай $f(x): \mathbb{R}^k \rightarrow \mathbb{R}^1$, $f(x) \in C^2(\mathbb{R}^k)$, де f задовольняє умовам (2). Тоді $F(x) = f(x) + (P_1 + P_2) |x|^2 / 2 - (P_1 + P_2) / 2$ — опукла в \mathbb{R}^k функція, де $M_1 \leq P_1 = m$, $M_2 \leq P_2 = (k-1)m$.

Якщо

$$m = \max_i \max \left[\left| \frac{\partial^2 f(x)}{\partial x_i^2} \right|, x \in \mathbb{R}^k \right], \quad M = \max_{i,j} \max \left[\left| \frac{\partial^2 f(x)}{\partial x_i \partial x_j} \right|, x \in \mathbb{R}^k \right].$$

$$\text{То } \frac{P_1 + P_2}{2} = \frac{1}{2} \left[\max_i \max \left[\left| \frac{\partial^2 f(x)}{\partial x_i^2} \right|, x \in \mathbb{R}^k \right] + (k-1) \max_{i,j} \max \left[\left| \frac{\partial^2 f(x)}{\partial x_i \partial x_j} \right|, x \in \mathbb{R}^k \right] \right].$$

Ця оцінка значно менша, чим загальна [1], яка має вигляд

$$\frac{P_1 + P_2}{2} = \frac{k}{2} \left[\max \left[\left| \sum_j \sum_i \frac{\partial^2 f(x)}{\partial x_j \partial x_i} \right|, |x| < 1 \right] k_2^2 + 2 \max \left[\left| \sum_j \frac{\partial f(x)}{\partial x_j} \right|, |x| < 1 \right] k_2 \right].$$

$$k_2 = \sqrt{k+1}.$$

ЛІТЕРАТУРА

1. Ємель О.О., Валуїська О.О. Метод опуклого продовження цільової функції з гіперсфери в евклідовій простір // В кн.: Тези доповідей 46 наук. конференції професорів, викладачів... Ін-ту ч.І/ Міносвіти України. Полт. інж.-будів. ін-т. — Полтава, 1994. — С.83.

З М І С Т

Секція українознавства	8
Секція російської мови та літератури.....	1
Секція історичних дисциплін і права	2
Секція філософії	32
Секція мовознавства	51
Секція вищої математики	60
Секція фізичного виховання	76