МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ УКРАЇНИ
ПОЛТАВСЬКИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ

ТЕЗИ ДОПОВІДЕЙ

48 НАУКОВОЇ КОНФЕРЕНЦІЇ ПРОФЕСОРІВ, ВИКЛАДАЧІВ, НАУКОВИХ ПРАЦІВНИКІВ, АСПІРАНТІВ ТА СТУДЕНТІВ УНІВЕРСИТЕТУ

Частина I

Секції:

українознавство; російська мова та література; історичні дисципліни і право; філософія і соціально-політичні дисципліни; мовознавство; вища математика; фізика; теоретична механіка

Полтава - 1996 рік

СЕКЦІЯ ВИЩОЇ МАТЕМАТИКИ

УДК 519.854.2 О.О. Ємець, О.О. Валуйська (Полт.ТУ)

ОПУКЛЕ ПРОДОВЖЕННЯ $C^2(\mathbb{R}^k)$ ФУНКЦІЇ З ГІПЕРСФЕРИ В ОПУКЛІ МНОЖИНИ

Нехай $f(x)\colon \mathbb{R}^k \to \mathbb{R}^1$, $f(x) \in C^2(\mathbb{R}^k)$. Треба знайти $F(x)$, що

1) $F(x)$ – опукла в M, де M – обмежена в $\mathbb{R}^k$ опукла множина і $S_1(0) \in M$,

2) $F(x)=f(x)$, для $x \in S_1(0)$, де $S_1(0)=\{ x : |x|=1\}$.

Теорема 1. Нехай $f(x)\colon \mathbb{R}^k \to \mathbb{R}^1$, $f(x) \in C^2(\mathbb{R}^k)$ і M – обмежена опукла множина така, що $S_1(0) \in M$.

Тоді $F(x)= f(x) + (M_1+M_2)n(x)/2 - (M_1+M_2)/2$ – опукла в M функція, де $n(x)=\sum\limits_i x_i^2$,

$$M_1 = \max(0, \max_{0<i<k+1} \max \{ -\frac{\partial^2 f(x)}{\partial x_i^2}, \text{где } x \in M \}).$$

$$M_2 = \max(0, \max_{0<i,\,j<k+1} \max \{ (k-1)\left|\frac{\partial^2 f(x)}{\partial x_i \partial x_j}\right| - \sqrt{M_1 + \frac{\partial^2 f(x)}{\partial x_i^2}}\sqrt{M_1 + \frac{\partial^2 f(x)}{\partial x_j^2}}, \text{где } x \in M \}).$$

Приклад. $M=S(R)=\{x\colon |x|\leqslant R\}$, $f(x)=-\sum\limits_i a_i x_i^3$. $M_1=6R\max\limits_i a_i$, $M_2=0$.

Приклад $M(f)$. $f(x)=- \exp(\sum\limits_i a_i x_i)$, $M(f,R)=\{ x\colon \sum\limits_i a_i x_i \leqslant R\}$, $M(f,R)$ – необмежене. Тоді $\left|\frac{\partial^2 f(x)}{\partial x_i \partial x_j}\right| \leqslant a_i a_j \exp(R)$, $\forall\ x \in M(f,R)$. І для цього випадка має місце теорема.

Теорема 2. Нехай $f(x)\colon \mathbb{R}^k \to \mathbb{R}^1$ і $f(x) \in C^2(\mathbb{R}^k)$ і $M(f)$ – опукла множина така, що $S_1(0) \in M$ і

$$\max \{ \left| \frac{\partial^2 f(x)}{\partial x_i \partial x_j} \right|, 1\leqslant i\leqslant j\leqslant k, x \in M(f) \} < \infty.$$

Тоді $F(x) = f(x) + (M_1+M_2)n(x)/2 - (M_1+M_2)/2$ – опукла в $M(f)$ функція, де

$$M_1 = \max(0, \max_{0<i<k+1} \max \{ -\frac{\partial^2 f(x)}{\partial x_i^2}, \text{де } x \in M(f) \}).$$

$$M_2 = \max(0, \max_{0<i,\,j<k+1} \max \{ (k-1)\left|\frac{\partial^2 f(x)}{\partial x_i \partial x_j}\right| - \sqrt{M_1 + \frac{\partial^2 f(x)}{\partial x_i^2}}\sqrt{M_1 + \frac{\partial^2 f(x)}{\partial x_j^2}}, \text{де } x \in M(f) \}).$$

З М І С Т