Українська Федерація Інформатики

Інститут кібернетики імені В. М. Глушкова НАН України

Вищий навчальний заклад Укоопспілки
«ПОЛТАВСЬКИЙ УНІВЕРСИТЕТ ЕКОНОМІКИ І ТОРГІВЛІ»
(ПУЕТ)

ІНФОРМАТИКА ТА СИСТЕМНІ НАУКИ (ІСН-2015)

МАТЕРІАЛИ
VI ВСЕУКРАЇНСЬКОЇ НАУКОВО-ПРАКТИЧНОЇ КОНФЕРЕНЦІЇ ЗА МІЖНАРОДНОЮ УЧАСТЮ

(м. Полтава, 19–21 березня 2015 року)

За редакцією професора О. О. Ємця

Полтава
ПУЕТ
2015

УДК 519.853.6

ПРО ОДИН ТРИКРОКОВИЙ МЕТОД ДЛЯ ЗАДАЧ БЕЗУМОВНОЇ ОПТИМІЗАЦІЇ

А. Т. Яровий, *к. ф.-м. н., доцент*
Одеський національний університет імені І. І. Мечникова
ouek@onu.edu.ua
Є. М. Страхов, *к. ф.-м. н.*
Одеський національний університет імені І. І. Мечникова
swebus86@gmail.com

Розглядається задача

$$\varphi(x) \to min,\ x \in \mathbb{R}^n, \tag{1}$$

де $\varphi(x) : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^1$ є неперервно диференційовною функцією.

Для її розв'язання пропонується трикроковий ітераційний метод

$$x^{k+1} = x^k + \beta_k s^k,\ k = 0,1,\ldots, \tag{2}$$

$$s^k = \begin{cases} -\varphi'(x^k), & k = 0, \\ -\varphi'(x^k) + \xi_{k-1} s_{k-1}, & k = 1, \\ -\varphi'(x^k) + \xi_{k-1} s_{k-1} + \gamma_{k-2} s_{k-2}, & k = 2,3,\ldots, \end{cases} \tag{3}$$

де x^0 – задана початкова точка, $x^1,\ldots,x^k,\ldots$ – послідовні наближення, $s^0,\ldots,s^k,\ldots$ – напрямки спуску, β_k – крок вздовж напрямку спуску, ξ_{k-1}, γ_{k-2} – числові параметри.

Крок вздовж напрямку спуску визначаємо з умови

$$\beta_k : \min_{\beta>0} \varphi(x^k + \beta s^k). \tag{4}$$

Параметри ξ_{k-1} та γ_{k-2} обчислюємо за формулами

$$\xi_{k-1} = \frac{(\varphi'(x^k), \varphi'(x^k) - \varphi'(x^{k-1}))}{\|\varphi'(x^{k-1})\|^2}, \tag{5}$$

$$\gamma_{k-2} = \frac{(\varphi'(x^k), \varphi'(x^{k-1}) - \varphi'(x^{k-2}))}{\|\varphi'(x^{k-2})\|^2}. \tag{6}$$

Теорема. Для квадратичної функції $\varphi(x)$ напрямки спуску

s^0, s^1, …, s^{n-1}, розраховані за схемою (3), взаємно спряжені, а градієнти $\varphi'(x^0)$, $\varphi'(x^1)$, …, $\varphi'(x^{n-1})$ взаємно ортогональні.

Отже, метод (2)–(6) належить до методів спряжених напрямків.

Результати чисельних експериментів на тестових функціях, переважно при невеликій кількості змінних ($n = 2 \div 20$), вказують на переваги методу (2)–(6) над класичним методом спряжених градієнтів Полака – Ріб'єра – Поляка. Порівняння проводилося за такими критеріями, як відхилення кінцевого значення функції від оптимального та кількість зроблених ітерацій. Під однією ітерацією розуміємо обчислення нового наближення x^{k+1}, виходячи з x^k. Зауважимо, що кількості обчислень значень цільової функції та її градієнту для обох алгоритмів співпадають.

Література

1. Карманов В. Г. Математическое программирование / В. Г. Карманов. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2004. – 264 с.
2. Сухарев А. Г. Курс методов оптимизации / А. Г. Сухарев, А. В. Тимохов, В. В. Федоров. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2005. – 368 с.
3. Химмельблау Д. Прикладное нелинейное программирование / Д. Химмельблау. – М.: Мир, 1972. – 536 с.