Українська Федерація Інформатики

Інститут кібернетики імені В. М. Глушкова НАН України

Вищий навчальний заклад Укоопспілки
«ПОЛТАВСЬКИЙ УНІВЕРСИТЕТ ЕКОНОМІКИ І ТОРГІВЛІ»
(ПУЕТ)

ІНФОРМАТИКА ТА СИСТЕМНІ НАУКИ (ІСН-2015)

МАТЕРІАЛИ
VI ВСЕУКРАЇНСЬКОЇ НАУКОВО-ПРАКТИЧНОЇ КОНФЕРЕНЦІЇ ЗА МІЖНАРОДНОЮ УЧАСТЮ

(м. Полтава, 19–21 березня 2015 року)

За редакцією професора О. О. Ємця

Полтава
ПУЕТ
2015

УДК 519.6

ЧИСЕЛЬНИЙ МЕТОД НУЛЬОВОГО ПОРЯДКУ ВІДШУКАННЯ ТОЧОК ЕКСТРЕМУМУ ЯК ГЛАДКИХ, ТАК І НЕГЛАДКИЙ ФУНКЦІЙ

Р. Р. Бігун, *аспірант*
Львівський національний університет імені Івана Франка
bigunroman@ukr.net
Г. Г. Цегелик*, д.ф.-м.н., професор*
Львівський національний університет імені Івана Франка
kafmmsep@franko.lviv.ua

Нехай треба знайти всі точки екстремуму функції $y = f(x)$ на заданому проміжку $[a,b]$. Не зменшуючи загальності, вважатимемо, що $f(x) > 0$ для всіх $x \in [a,b]$.

Виберемо на проміжку $[a,b]$ систему точок $x_0, x_1, \ldots, x_n$, де $x_k = x_0 + kh \quad (k = 0,1,\ldots,n)$, $x_0 = a$, $h = \frac{b-a}{n}$, і знайдемо значення функції $y = f(x)$ в цих точках.

Нехай $f(x_i) = c_i, i = 0,1,\ldots,n.$ Покладемо

$$\tilde{r}_k = \left(\frac{c_{k-1}}{c_k}\right)^{\frac{1}{h}}, \; k = 1,2,\ldots,n.$$

Тоді на тих проміжках $[\alpha,\beta] \in [a,b]$, де функція $f(x)$ опукла, $\tilde{r}_i \geq \tilde{r}_{i+1}$, а на проміжках, де функція $f(x)$ вгнута, $\tilde{r}_i \leq \tilde{r}_{i+1}$.

Алгоритм методу. Алгоритм методу складається із низки кроків. На першому кроці вибираємо точки x_0 та x_1 і шукаємо $\tilde{r}_1$. Тоді можливі такі два випадки:

$$1)\quad \tilde{r}_1 \le 1, \qquad 2)\ \tilde{r}_1 > 1$$

У першому випадку обчислюємо $\tilde{r}_2, \tilde{r}_3, \ldots$ доти, доки для деякого i $(i \ge 1)$ не виконується умова $\tilde{r}_{i+1} > 1$. Тоді точка x_i з точністю $\varepsilon < h$ приймається за точку локального максимуму функції $f(x)$.

У другому випадку обчислюємо $\tilde{r}_2, \tilde{r}_3, \ldots$ доти, доки для деякого i $(i \ge 1)$ не виконується умова $\tilde{r}_{i+1} \le 1$. Тоді точка x_i з точністю $\varepsilon < h$ приймається за точку локального мінімуму функції $f(x)$.

На другому кроці за початкову точку вибираємо точку x_i, знайдено на першому кроці. Тоді, якщо $\tilde{r}_{i+1} \le 1$, шукаємо $\tilde{r}_{i+2}, \tilde{r}_{i+3}, \ldots$ доти, доки для деякого k $(k > 1)$ не виконується умова $\tilde{r}_{i+k} > 1$. Точка x_{i+k-1} приймається за точку локального максимуму з точністю $\varepsilon < h$ функції $f(x)$. Якщо $\tilde{r}_{i+1} > 1$, шукаємо $\tilde{r}_{i+2}, \tilde{r}_{i+3}, \ldots$ доти, доки для деякого k $(k > 1)$ не виконується умова $\tilde{r}_{i+k} > 1$. Точка x_{i+k-1} приймається за точку локального мінімуму з точністю $\varepsilon < h$ функції $f(x)$.

Процес завершується тоді, коли знайдена точка x_l, яка є точкою локального екстремуму, а послідовність $\tilde{r}_{l+1}, \tilde{r}_{l+2}, \ldots, \tilde{r}_n$ є або спадною, або зростаючою.

У доповіді, використовуючи апарат некласичних мажорант і мінорант Ньютона функцій однієї дійсної змінної, заданих таблично [1, 2], розглянуто побудову чисельного методу відшукання всіх точок екстремуму довільних як гладких, так і негладких функцій однієї дійсної змінної на вибраному проміжку.

Література

1. Цегелик Г.Г. Апарат некласичних мажорант і діаграм Ньютона функцій, заданих таблично, та його використання в чисельному аналізі: монографія. – Львів: ЛНУ імені Івана Франка, 2013. – 190 с.
2. Глебена М.І. Апарат некласичних мінорант Ньютона та його використання / М.І. Глебена, Г.Г Цегелик // Наук. вісн. Ужгород. ун-ту. Сер. матем. та інформ. – 2013. – Вип. 24. – N1. – С.16-21.