Українська Федерація Інформатики
Інститут кібернетики імені В. М. Глушкова НАН України
Вищий навчальний заклад Укоопспілки
«ПОЛТАВСЬКИЙ УНІВЕРСИТЕТ ЕКОНОМІКИ І ТОРГІВЛІ»
(ПУЕТ)

ІНФОРМАТИКА ТА СИСТЕМНІ НАУКИ (ІСН-2015)

МАТЕРІАЛИ
VІ ВСЕУКРАЇНСЬКОЇ НАУКОВО-ПРАКТИЧНОЇ КОНФЕРЕНЦІЇ ЗА МІЖНАРОДНОЮ УЧАСТЮ

(м. Полтава, 19–21 березня 2015 року)

За редакцією професора О. О. Ємця

Полтава
ПУЕТ
2015

УДК 519.872

АНАЛИЗ ХАРАКТЕРИСТИК МОДЕЛИ СМО С ОБРАТНОЙ СВЯЗЬЮ

Х. Н. Кулиева
Национальная академия авиации
quliyeva_xaver@mail.ru

Несмотря на возможности широкого применения, модели СМО с обратной связью в доступной литературе мало исследованы. Так, в известных работах [1]-[3], посвященных изучению моделей с обратной связью изучены модели одноканальных СМО с бесконечными [1], [2] и конечными очередями [3]. При этом в них предполагается, что первичные и повторные вызовы являются идентичными относительно времени их обслуживания. В настоящей работе изучается многоканальная СМО с обратной связью, в которой первичные и повторные вызовы, вообще говоря, могут отличаться друг от друга по времени занятия канала.

На вход системы, содержащей $N > 1$ идентичных каналов, поступает пуассоновский поток первичных вызовов (*p*-вызовы) с интенсивностью λ. Времена обработки этих вызовов являются независимыми и одинаково распределенными случайными величинами. Предположим, что функция распределения (ф.р.) указанных случайных величин для всех *p*-вызовов являются экспоненциальными с общим средним $1/\mu_p$. Времена обработки повторных вызовов (*r*-вызовов) также являются независимыми и одинаково распределенными случайными величинами. При этом ф.р. этих случайных величин для всех *r*-вызовов являются экспоненциальными с общим средним $1/\mu_r$. Предполагается, что, вообще говоря, $\mu_\rho \neq \mu_r$.

После окончания процесса обработки *p*-вызов с вероятностью $\sigma(x)$ мгновенно требует повторную обработку, где параметр *x* указывает суммарное число занятых каналов.

Проблема состоит в определении характеристик рассматриваемой модели. При этом основными характеристиками системы являются вероятности потери первичных вызовов (P_p), а также среднее число первичных (N_p) и повторных (N_r) вызовов в каналах.

Состояние этой системы в произвольный момент времени определяется двумерным вектором (n_p, n_r), где $n_p\ (n_r)$ означает число *p*-вызовов (*r*-вызовов) в каналах. Множество возможных состояний системы, т.е. фазовое пространство состояний (ФПС) задается так:

$$S = \{(n_p, n_r) : n_p, n_r = 0, 1, ..., N; n_p + n_r \leq N\}. \quad (1)$$

Пусть $p(n_p, n_r)$ означает стационарную вероятность состояния $(n_p, n_r) \in S.$ Они удовлетворяют следующую систему уравнений равновесия (из-за ограниченности объема работы явный вид этой СУР здесь не приводиться).

Уравнения нормировки имеет следующий вид:

$$\sum_{n_\rho, n_r \in S} p(n_\rho, n_r) = 1 \quad (2)$$

После нахождения решение СУР характеристики изучаемой системы определяются как маргинальные распределения данной двумерной ЦМ. Так, поскольку *p*-вызовы теряются, если в моменты их поступления все каналы системы заняты, то вероятность потери вызовов данного типа определяются так:

$$P_\rho = \sum_{n_\rho, n_r \in S_d} p(n_\rho, n_r), \quad (3)$$

где $S_d = \{(n_p, n_r) \in S : n_p + n_r = N\}$.

Среднее число разнотипных вызовов определяются так:

$$N_x = \sum_{K=1}^{N} k\xi_x(k), \quad (4)$$

где $\xi_x(k)=\sum_{n_\rho n_r \in S} p(n_\rho, n_r)\delta(n_x, k),\ x\in\ \ p,r\ \ ;\delta(i,j)$ – символы Кронекера.

Относительно метода решения СУР отметим, что не удается найти ее аналитическое решение или разработать эффективный рекурсивный алгоритм. Потому для ее решение необходимо использовать известные численные методы линейной алгебры. Отметим, что для решения подобных СУР наиболее часто используется метод Гаусса-Зейделя. Разработанный алгоритм позволяет определить характеристики системы при различных схемах возвращения первичных вызовов.

Литература

1. Takacs L. A single-server queue with feedback // Bell System Technical Journal. 1963. Vol. 42. P. 505-519.

2. Takacs L. A queueing model with feedback // Operations Research. 1977. Vol. 11. No.4. P. 345-354.

3. Dudin A.N., Kazimirsky A.V., Klimenok V.I., Breuer L., Krieger U. The queueing model MAP/PH/1/N with feedback operating in a Markovian random environment // Austrian Journal of Statistics. 2005. Vol. 34. No.2. P. 101-110.