



**Українська Федерація Інформатики
Інститут кібернетики імені В. М. Глушкова НАН України
Вищий навчальний заклад Укоопспілки
«ПОЛТАВСЬКИЙ УНІВЕРСИТЕТ ЕКОНОМІКИ І ТОРГІВЛІ»
(ПУЕТ)**

ІНФОРМАТИКА ТА СИСТЕМНІ НАУКИ (ІСН-2015)

**МАТЕРІАЛИ
VI ВСЕУКРАЇНСЬКОЇ НАУКОВО-ПРАКТИЧНОЇ
КОНФЕРЕНЦІЇ ЗА МІЖНАРОДНОЮ УЧАСТЮ**

(м. Полтава, 19-21 березня 2015 року)

За редакцією професора О. О. Ємця

**Полтава
ПУЕТ
2015**

УДК 004.021

ПРО ТРЕНАЖЕР «ОБЧИСЛЕННЯ КОЕФІЦІЄНТІВ КОНКОРДАЦІЇ З УРАХУВАННЯМ ЗВ'ЯЗАНИХ РАНГІВ»

*О.О. Ємець, к. ф.-м. н.,
Полтавський університет економіки і торгівлі
yemets2008@ukr.net*

При впровадженні дистанційної освіти однією з вимог МОН України та логіки навчального процесу є наявність в дистанційних курсах для задач, що носять розрахунковий характер, програм-тренажерів.

Пропонується алгоритм тренажеру для задачі знаходження коефіцієнта конкордації з урахуванням зв'язаних рангів.

Алгоритм тренажера

Крок 1. Виводиться умова задачі: результати ранжування 6 об'єктів (O_1, \dots, O_6) 5 експертами (E_1, \dots, E_5) зображені в таблиці.

Табл.1 – Результати ранжування шести об'єктів експертами

	E_1	E_2	E_3	E_4	E_5
O_1	1	2	1,5	1	2
O_2	2,5	2	1,5	2,5	1
O_3	2,5	2	3	2,5	3
O_4	4	5	4,5	4,5	4
O_5	5	4	4,5	4,5	5,5
O_6	6	6	6	6	5,5

Виводиться повідомлення «**Чому дорівнює кількість експертів d ?**» (рис. 1):

$$d = \boxed{5}$$

Рис. 1. – Форма введення кількості експертів

Якщо введене правильне значення – перехід на наступний крок, інакше повідомлення про помилку: «**Кількість експертів дорівнює 5**».

Крок 2. «**Чому дорівнює кількість об'єктів m ?**».

Форма введення відповіді на рис. 2 :

$$m = \boxed{6}$$

Рис. 2. – Форма введення кількості експертів

Якщо правильно – перехід далі, інакше повідомлення «**Кількість об'єктів дорівнює 6**».

Крок 3. «Які ранги називаються зв'язаними?».

Пропонуються варіанти відповіді:

- Ранги, які дорівнюють середньому арифметичному рангів об'єктів, що входять в один клас еквівалентності, називаються зв'язаними.
- Ранги, які дорівнюють середньому арифметичному рангів об'єктів, що входять в різні класи еквівалентності, називаються зв'язаними.
- Ранги, які дорівнюють сумі рангів об'єктів, що входять в різні класи еквівалентності, називаються зв'язаними.

Якщо правильна відповідь (*перша*) – перехід на крок 4, інакше повідомлення «**Помилка. Вірна відповідь – перша.**».

Крок 4. «Чи є у запропонованій таблиці в умові зв'язні ранги?».

Пропонуються варіанти відповіді:

- Так.
- Ні.

При правильній відповіді (*Так*) – перехід далі, інакше повідомлення – «**У запропонованій таблиці є зв'язні ранги.**»

Крок 5. Виводиться умова задачі та повідомлення «Вкажіть (виділіть відповідні клітини) зв'язні ранги для всіх експертів, починаючи з першого».

Відображається таблиця (табл. 2), в якій слід відмітити елементи зв'язаних рангів.

Табл. 2. – Крок 5

	E_1	E_2	E_3	E_4	E_5
O_1	1	2	1,5	1	2
O_2	2,5	2	1,5	2,5	1
O_3	2,5	2	3	2,5	3
O_4	4	5	4,5	4,5	4
O_5	5	4	4,5	4,5	5,5
O_6	6	6	6	6	5,5

Якщо завдання виконано успішно, зв'язані ранги підсвічуються кольором (див. табл. 2) та йде перехід на крок 6, інакше повідомлення, на кшталт, «Для 1-го експерта (у стовпці Е₁) зв'язними рангами є елементи 2,5, натисніть на них.»

Крок 6. «За якою формулою обчислюється коефіцієнт конкордації при наявності зв'язаних рангів?».

Варіанти відповіді:

- $$W = \frac{12S}{d^2(m^3 - m) - d \sum_{j=1}^d T_j};$$
- $$W = \frac{12S}{d^2(m^3 - m)}.$$

При правильній відповіді (*першій*) – перехід далі, інакше повідомлення «**При наявності зв'язаних рангів коефіцієнт конкордації обчислюється за формулою**

$$W = \frac{12S}{d^2(m^3 - m) - d \sum_{j=1}^d T_j} \text{ »}.$$

Крок 7. «За якою формулою обчислюється величина S?».

Варіанти відповіді:

- $$S = \sum_{i=1}^m (r_i - \bar{r})^2 = \sum_{i=1}^m (\sum_{j=1}^d r_{ij} - \bar{r})^2;$$
- $$S = \sum_{i=1}^m (r_i - \bar{r})^2 = \frac{\sum_{i=1}^m (\sum_{j=1}^d r_{ij} - \bar{r})^2}{r_i - \bar{r}}.$$

При правильній відповіді (*першій*) – перехід далі, інакше повідомлення «**Величина S обчислюється за формулою**

$$S = \sum_{i=1}^m (r_i - \bar{r})^2 = \sum_{i=1}^m (\sum_{j=1}^d r_{ij} - \bar{r})^2 \text{ »}.$$

Крок 8. «За якою формулою обчислюється величина \bar{r} ?».

Варіанти відповіді:

- $$\bar{r} = \frac{1}{d} \sum_{i=1}^m r_i = d(m + 1);$$

- $\bar{r} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m r_i = 0,5d(m+1).$

При правильній відповіді (*другій*) – перехід далі, інакше повідомлення – **«Коефіцієнт \bar{r} шукається так:**

$$\bar{r} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m r_i = 0,5d(m+1) \text{»}.$$

Крок 9. «Обрахуйте значення коефіцієнту \bar{r} . У відповідні комірки введіть значення для обрахунку \bar{r} » (рис. 3).

$$\bar{r} = \boxed{0,5} \cdot \boxed{5} \cdot \boxed{6} + \boxed{1} = \boxed{17,5}.$$

Рис. 3. – Обрахунок \bar{r}

Якщо помилка в 1-ій комірці – **«Відповідно до формули обчислення \bar{r} значення першої комірки 0,5»**; якщо в 2-ій – **«Кількість експертів $d=5$ »**; якщо в 3-ій – **«Кількість об'єктів $t=6$ »**; якщо в 4-ій – **«Відповідно до формули обчислення \bar{r} значення четвертої комірки 1»**; якщо в результаті – **«Згідно формули $\bar{r} = 0,5 \cdot 5 \cdot (6 + 1) = 17,5$ »**.

Крок 10. «Обчисліть суму чисел в кожному рядку таблиці, значення запишіть до активних комірок».

Виводиться таблиця з умовою, в останній стовпчик у активні комірки вписуються значення суми рядків (табл. 3).

Табл. 3. – Крок 10

	E_1	E_2	E_3	E_4	E_5	$\sum_{j=1}^5 r_{ij}$
O_1	1	2	1,5	1	2	7,5
O_2	2,5	2	1,5	2,5	1	9,5
O_3	2,5	2	3	2,5	3	13
O_4	4	5	4,5	4,5	4	22
O_5	5	4	4,5	4,5	5,5	23,5
O_6	6	6	6	6	5,5	29,5

Якщо все вірно – перехід далі, інакше повідомлення, на кшталт, **«Сума елементів першого рядка дорівнює 7,5»**.

Крок 11. «Обчисліть значення стовпця $\sum_{j=1}^5 r_{ij} - \bar{r}$ в таблиці ($\bar{r} = 17,5$), значення запишіть до активних комірок».

Виводиться таблиця, в останній стовпець якої вписуються відповіді (табл. 4).

Табл. 4. – Крок 11

	E_1	E_2	E_3	E_4	E_5	$\sum_{j=1}^5 r_{ij}$	$\sum_{j=1}^5 r_{ij} - \bar{r}$
O_1	1	2	1,5	1	2	7,5	-10
O_2	2,5	2	1,5	2,5	1	9,5	-8
O_3	2,5	2	3	2,5	3	13	-4,5
O_4	4	5	4,5	4,5	4	22	4,5
O_5	5	4	4,5	4,5	5,5	23,5	6
O_6	6	6	6	6	5,5	29,5	12

Якщо все вірно, то перехід далі, інакше повідомлення, на кшталт, « $\sum_{j=1}^5 r_{1j} - \bar{r} = 7,5 - 17,5 = -10.$ »

Крок 12. «Обчисліть значення стовпця $(\sum_{j=1}^5 r_{ij} - \bar{r})^2$ таблиці, значення запишіть до активних комірок».

Виводиться таблиця, в яку в останній стовпець вписують значення (табл. 5).

Табл. 5. – Крок 12

	E_1	E_2	E_3	E_4	E_5	$\sum_{j=1}^5 r_{ij}$	$\sum_{j=1}^5 r_{ij} - \bar{r}$	$(\sum_{j=1}^5 r_{ij} - \bar{r})^2$
O_1	1	2	1,5	1	2	7,5	-10	100
O_2	2,5	2	1,5	2,5	1	9,5	-8	64
O_3	2,5	2	3	2,5	3	13	-4,5	20,25
O_4	4	5	4,5	4,5	4	22	4,5	20,25
O_5	5	4	4,5	4,5	5,5	23,5	6	36
O_6	6	6	6	6	5,5	29,5	12	144

Якщо все вірно, то перехід далі, інакше – повідомлення, на кшталт, « $(\sum_{j=1}^5 r_{1j} - \bar{r})^2 = (-10)^2 = 100$ ».

Крок 13. «Знайдіть S , тобто обчисліть суму останнього стовпчика» (див. рис. 4).

$$S = \sum_{i=1}^6 \left(\sum_{j=1}^5 r_i - \bar{r} \right)^2 = \boxed{384,5}.$$

Рис. 4 – Крок 13

Якщо все вірно – перехід далі, інакше «Значення $S = 384,5$ ».

Крок 14. «Серед запропонованих варіантів оберіть формулу обчислення показників зв'язаних рангів у j -му ранжуванні T_j ». Варіанти відповіді:

- $T_j = \sum_{k=1}^{H_j} (h_k^3 - h_k)$, де H_j – кількість груп рівних рангів у j -му ранжуванні, h_k – кількість рівних рангів у k -й групі зв'язаних рангів під час ранжування j -м експертом;
- $T_j = \sum_{k=1}^{H_j} (h_k^3 + h_k)$, де H_j – кількість груп рівних рангів у j -му ранжуванні, h_k – кількість рівних рангів у k -й групі зв'язаних рангів під час ранжування j -м експертом;
- $T_j = \sum_{k=1}^{H_j} (h_k^3 / h_k)$, де H_j – кількість груп рівних рангів у j -му ранжуванні, h_k – кількість рівних рангів у k -й групі зв'язаних рангів під час ранжування j -м експертом.

Якщо правильна відповідь (*перша*) – перехід далі, інакше повідомлення «Показник зв'язаних рангів обчислюється за

формулою $T_j = \sum_{k=1}^{H_j} (h_k^3 - h_k)$ ».

Крок 15. Відображається умова задачі з зафарбованими у різний колір зв'язаними рангами. «Скільки у кожній з груп зв'язаних рангів елементів h_i . Значення введіть до комірок.».

Відображуються комірки (рис. 5), які почергово заповнюють.

Експерт E_1 : кількість зв'язаних рангів $h_1 = \boxed{2}$;

Експерт E_2 : кількість зв'язаних рангів $h_2 = \boxed{3}$;

Експерт E_3 : кількість зв'язаних рангів $h_3 = \boxed{2}$;

Експерт E_3 : кількість зв'язаних рангів $h_4 = \boxed{2}$;

Експерт E_4 : кількість зв'язаних рангів $h_5 = \boxed{2}$;

Експерт E_4 : кількість зв'язаних рангів $h_6 = \boxed{2}$;

Експерт E_5 : кількість зв'язаних рангів $h_7 = \boxed{2}$;

Рис. 5. – Крок 15

Якщо все вірно – перехід далі, інакше повідомлення, на кшталт, «У ранжуванні 1-им експертом є одна група, в цій групі міститься 2 зв'язних ранги, тобто, $h_1=2$ ».

Крок 16. «Обчисліть значення показників зв'язаних рангів T_1-T_5 за формулою $T_j = \sum_{k=1}^{H_j} (h_k^3 - h_k)$ при $h_1=1, h_2=3, h_3=2, h_4=2, h_5=2, h_6=2, h_7=2$. Значення введіть до комірок.» (рис. 6).

$$T_1 = h_1^3 - h_1 = \boxed{2}^3 - \boxed{2} = \boxed{6};$$

$$T_2 = h_2^3 - h_2 = \boxed{3}^3 - \boxed{3} = \boxed{24};$$

$$T_3 = h_3^3 - h_3 + h_4^3 - h_4 = \boxed{2}^3 - \boxed{2} + \boxed{2}^3 - \boxed{2} = \boxed{12};$$

$$T_4 = h_5^3 - h_5 + h_6^3 - h_6 = \boxed{2}^3 - \boxed{2} + \boxed{2}^3 - \boxed{2} = \boxed{12};$$

$$T_5 = h_7^3 - h_7 = \boxed{2}^3 - \boxed{2} = \boxed{6}.$$

Рис. 6 – Крок 16

Якщо все вірно – далі, інакше повідомлення, на кшталт, «Значення даної комірки рівне 2.».

Крок 17. «Обчисліть значення $\sum_{j=1}^d T_j$, доданки та результат впишіть до відповідних комірок». Відображаються комірки (рис. 7), які слід покроково заповнити.

$$\sum_{j=1}^5 T_j = \boxed{6} + \boxed{24} + \boxed{12} + \boxed{12} + \boxed{6} = \boxed{60}$$

Рис. 7 – Крок 17

Все вірно – далі, інакше повідомлення « $\sum_{j=1}^5 T_j = 60$.».

Крок 18. «Обчисліть коефіцієнт конкордації W ». Слід ввести дані до відповідних комірок (рис. 8).

$$W = \frac{12S}{d^2(m^3 - m) - d \sum_{s=1}^d T_s} = \frac{\boxed{12} \cdot \boxed{384,5}}{\boxed{5}^2 (\boxed{6}^3 - \boxed{6}) - \boxed{5} \cdot \boxed{60}} = \boxed{0,9}$$

Рис. 8 – Обчислення коефіцієнта конкордації

Якщо все вірно – перехід далі, інакше повідомлення про помилку, наприклад, «*Кількість експертів $d=5$.*».

Крок 19. «Відомо, що $0 \leq W \leq 1$. Обрахований коефіцієнт конкордації $W \approx 0,9$. Оберіть варіант відповіді, який відповідає висновку про узгодженість думок експертів».

Варіанти відповіді:

- Оскільки, $W \approx 0,9$ близький до одиниці, то думки експертів узгоджені;
- Оскільки, $W \approx 0,9$ близький до одиниці, то думки експертів не узгоджені;
- Замало інформації для висновків.

Якщо правильна відповідь (*перша*) – крок 20, інакше повідомлення «*Оскільки, $W \approx 0,9$ близький до одиниці, то думки експертів узгоджені.*».

Крок 20. «За допомогою якого розподілу перевіряється гіпотеза про статистичну значимість коефіцієнта конкордації W ?».

Варіанти відповіді:

- χ^2 -розподіл;
- закон розподілу Пуассона;
- показниковий закон розподілу.

При правильній відповіді (*перший*) – перехід далі, інакше повідомлення «**За допомогою χ^2 -розподілу перевіряється гіпотеза про статистичну значимість коефіцієнта конкордації W .**».

Крок 21. «**За якою формулою знаходиться $\chi^2_{розр}$?**».

Варіанти відповіді:

- $\chi^2_{розр} = d(m-1)W$;
- $\chi^2_{розр} = m(d-1)W$;
- $\chi^2_{розр} = d(m-1)T_j$.

Якщо правильна відповідь (*перша*) – перехід на крок 22, інакше повідомлення « $\chi^2_{розр} = d(m-1)W$.».

Крок 22. «**За таблицею розподілу визначається значення $\chi^2_{табл}$, чому при цьому дорівнює число ступенів свободи ν ?**».

Варіанти відповіді:

- $\nu = m - 1 = 6 - 1 = 5$;
- $\nu = d - 1 = 5 - 1 = 4$;
- $\nu = m + 1 = 6 + 1 = 7$.

Якщо правильна відповідь (*перша*) – перехід далі, інакше повідомлення «Число ступенів свободи $\nu = m - 1 = 6 - 1 = 5$.».

Крок 23. «**Гіпотеза про значимість коефіцієнта конкордації приймається, якщо** ».

Варіанти відповіді:

- $\chi^2_{розр} \geq \chi^2_{табл}$;
- $\chi^2_{розр} \leq \chi^2_{табл}$;
- $\chi^2_{розр} = \chi^2_{табл}$.

Якщо правильна відповідь (*перша*) – перехід далі, інакше повідомлення «**Гіпотеза про значимість коефіцієнта конкордації приймається, якщо $\chi^2_{розр} \geq \chi^2_{табл}$.**».

Крок 24. «**Обрахуйте значення $\chi^2_{розр}$. Проміжні розрахунки внесіть до комірок.**».

Відображається формула (рис. 9).

$$\chi_{розр}^2 = d(m-1)W = \boxed{5} \boxed{6} - \boxed{1} \cdot \boxed{0,9} = \boxed{23,3}$$

Рис. 9 – Розрахунок $\chi_{розр}^2$

При помилках виводиться, наприклад, «**Кількість елементів $d=5$.**».

Крок 25. « $\chi_{табл}^2 \approx 11,07$, де ймовірність похибки складає 5%.
Оберіть вірне твердження.» Варіанти відповіді:

- Оскільки $\chi_{розр}^2 \geq \chi_{табл}^2$ ($23,3 > 11,07$), то W з ймовірністю 95% є статистично значимим;
- Оскільки $\chi_{розр}^2 \geq \chi_{табл}^2$ ($23,3 > 11,07$), то W з ймовірністю 95% не є статистично значимим.

Крок 26. Пропонується вийти з тренажеру або пройти ще раз.

Алгоритм створено бакалавром напрямку підготовки «Інформатика» Кондрашевим Денисом спільно з керівником, Ємець Олександрою Олегівною. Програма реалізована студентом мовою Java в рамках дипломної роботи в 2013-14 н.р.

Тренажер передано в дистанційний відділ ПУЕТ з метою впровадження в дистанційний курс «Системний аналіз та теорія прийняття рішень».