Українська Федерація Інформатики

Інститут кібернетики імені В. М. Глушкова НАН України

Вищий навчальний заклад Укоопспілки
«ПОЛТАВСЬКИЙ УНІВЕРСИТЕТ ЕКОНОМІКИ І ТОРГІВЛІ»
(ПУЕТ)

ІНФОРМАТИКА ТА СИСТЕМНІ НАУКИ (ІСН-2015)

МАТЕРІАЛИ
VI ВСЕУКРАЇНСЬКОЇ НАУКОВО-ПРАКТИЧНОЇ КОНФЕРЕНЦІЇ ЗА МІЖНАРОДНОЮ УЧАСТЮ

(м. Полтава, 19–21 березня 2015 року)

За редакцією професора О. О. Ємця

Полтава
ПУЕТ
2015

УДК 519.85

МЕТОД ГІЛОК ТА МЕЖ ДЛЯ КОМБІНАТОРНОЇ ЗАДАЧІ ЗНАХОДЖЕННЯ ПОТОКУ МІНІМАЛЬНОЇ ВАРТОСТІ

Ю. Ф. Олексійчук*, к. ф.-м. н.*
Полтавський університет економіки і торгівлі
olexijchuk@gmail.com

В доповіді розглядається задача евклідової комбінаторної оптимізації [1], яка є узагальненням задачі знаходження потоку мінімальної вартості [2], і метод її розв'язування.

Транспортною мережею називають орієнтований граф $\Gamma = V,U$, в якому кожній дузі u_{ij} ставиться у відповідність невід'ємне число $b_{ij} \geq 0$, яке називають пропускною спроможністю дуги. Вершину, що має лише вихідні дуги, називають джерелом і позначають v_s. Вершину, що має лише вхідні дуги, називають стоком і позначають v_t .

Потоком називають функцію $w: U \to R^1$ з властивостями: 1) значення функції w на дузі u_{ij} не може перевищувати пропускну спроможність дуги, тобто $w \; u_{ij} \; \leq b_{ij}$; 2) збереження потоку у всіх вершинах, крім джерела і стоку, тобто $\sum_{u_{iz} \in U} w \; u_{iz} \; = \sum_{u_{zj} \in U} w \; u_{zj} \quad \forall z,\ z \neq s,\ z \neq t$.

Величиною потоку $|w|$ будемо називати суму значень функції w на дугах, що виходять із джерела: $\sum_{u_{si} \in U} w \; u_{si} \; = |w|$.

Привласнимо кожній дузі транспортної мережі вартість транспортування одиниці потоку c_{ij}. Нехай необхідно транспортувати із джерела в стік мінімум W одиниць потоку, тобто $|w| \geq W$. Задача знаходження потоку мінімальної вартості полягає у відшуканні такого потоку, для якого вартість $\sum c_{ij} w_{ij}$ буде мінімальною і виконуватиметься умова $|w| \geq W$.

Накладемо додаткові комбінаторні обмеження на потік. Нехай величина $w(u_{ij})$ на дугах $u_{ij} \in U_C \subseteq U$ може приймати значення, які не перевищують деяке число $x_{ij} = g_l \in G$, тобто $w(u_{ij}) \leq x_{ij}$, де $G = \{g_1, g_2, \ldots, g_\eta\}$ — задана мультимножина, причому вектор $x = (x_{i_1 j_1}, \ldots, x_{i_k j_k})$ є перестановкою елементів G. Тобто, потік може транспортуватися деяким набором фіксованих в G ємностей. Таку задачу будемо називати комбінаторною задачею знаходження потоку мінімальної вартості.

Теорема. Комбінаторна задача знаходження потоку мінімальної вартості є NP-важкою.

Метод гілок та меж широко застосовується для розв'язування задач евклідової комбінаторної оптимізації [1], зокрема для іншої комбінаторної потокової задачі – комбінаторної задачі знаходження максимального потоку [3,4].

Розглянемо застосування методу гілок та меж для комбінаторної задачі знаходження потоку мінімальної вартості. В якості початкового розв'язку можна взяти розв'язок класичної задачі, відкинувши комбінаторні обмеження. Якщо класична задача не має розв'язку, то й початкова задача не має розв'язку. В якості початкового рекордного значення можна взяти розв'язок задачі при деякій конкретній перестановці (наприклад, випадковій) або розв'язок отриманий деяким наближеним методом. Галуження відбувається таким чином: вибирається одна із дуг $u_{ij} \in U_C$, відповідне значення x_{ij} прирівнюється почергово всім доступним значенням із G. Якщо розв'язок перевищує рекордний — робиться відсікання. Якщо відповідна задача не має розв'язків, то також робиться відсікання. Процедура повторюється для всіх дуг $u_{ij} \in U_C$. Таким чином знаходиться оптимальний розв'язок початкової задачі.

В доповіді розглянута комбінаторна задача знаходження потоку мінімальної вартості та застосування методу гілок та меж для її розв'язування.

Література

1. Стоян Ю. Г. Теорія і методи евклідової комбінаторної оптимізації / Ю. Г. Стоян, О. О. Ємець. – К.: ІСДО, 1993. – 188 с.
2. Форд Л. Потоки в сетях / Форд Л., Фалкерсон Д. – М.: Мир, 1966. – 277 с.
3. Емец Е. М. NP-трудность комбинаторной задачи нахождения максимального потока / Е. М. Емец, Ю. Ф. Олексийчук // Таврический вестник информатики и математики. – 2012. – №2. – С. 36-44.
4. Ємець О. О. Комбінаторна задача знаходження максимального потоку та метод гілок та меж для її розв’язування / О. О. Ємець, Є. М. Ємець, Ю. Ф. Олексійчук // Вісник Запорізького національного університету: Збірник наукових статей. Фізико-математичні науки. – 2012. – №1. – С. 91-98.