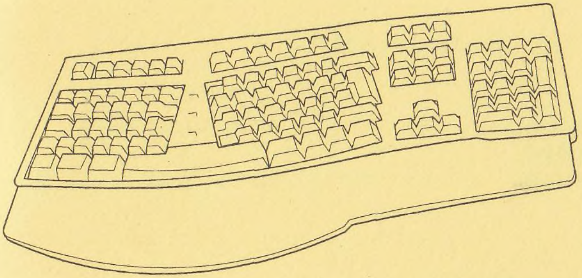
ІНФОРМАТИКА ТА СИСТЕМНІ НАУКИ (ІСН-2014)

Матеріали
V Всеукраїнської
науково-практичної конференції
за міжнародною участю

(м. Полтава, 13—15 березня 2014 року)



Присвячується 10-річчю кафедри математичного моделювання та соціальної інформатики ПУЕТ

ПОЛТАВА
2014

Українська Федерація Інформатики

Інститут кібернетики імені В. М. Глушкова НАН України

Вищий навчальний заклад Укоопспілки
«ПОЛТАВСЬКИЙ УНІВЕРСИТЕТ ЕКОНОМІКИ І ТОРГІВЛІ»
(ПУЕТ)

ІНФОРМАТИКА ТА СИСТЕМНІ НАУКИ (ІСН-2014)

МАТЕРІАЛИ
V ВСЕУКРАЇНСЬКОЇ НАУКОВО-ПРАКТИЧНОЇ КОНФЕРЕНЦІЇ ЗА МІЖНАРОДНОЮ УЧАСТЮ

(м. Полтава, 13–15 березня 2014 року)

За редакцією професора О. О. Ємця

Присвячується 10-річчю кафедри математичного моделювання та соціальної інформатики ПУЕТ

Полтава
ПУЕТ
2014

УДК 004+519.7
ББК 32.973я431
І-74

ПРОГРАМНИЙ КОМІТЕТ

І-74 Інформатика та системні науки (ІСН-2014) : матеріали V Всеукр. наук.-практ. конф. (м. Полтава, 13–15 березня 2014 року) / за ред. О. О. Ємця. – Полтава : ПУЕТ, 2014. – 335 с.

ISBN 978-966-184-152-8

Матеріали конференції містять сучасну проблематику в таких галузях інформатики та системних наук, як теоретичні основи інформатики та кібернетики, математичне моделювання й обчислювальні методи, математичне та програмне забезпечення обчислювальних машин і систем, системний аналіз і теорія оптимальних рішень. Представлено доповіді, що відображають проблеми сучасної підготовки фахівців з інформатики, прикладної математики, системного аналізу та комп'ютерних інформаційних технологій.

Матеріали конференції розраховано на фахівців із кібернетики, інформатики, системних наук.

УДК 004+519.7
ББК 32.973я431

Матеріали друкуються в авторській редакції мовами оригіналів. За виклад, зміст і достовірність матеріалів відповідають автори.

ISBN 978-966-184-152-8

ЗМІСТ

УДК 519.856

МОМЕНТИ, ПОРЯДОК, ОПТИМІЗАЦІЯ ДЛЯ ВИПАДКОВИХ ВЕЛИЧИН

Т. М. Барболіна, *к. ф.-м. н., доцент*
Полтавський національний педагогічний університет ім. В. Г. Короленка
tn_b@rambier.ru
О. О. Ємець, *д. ф.-м. н., професор*
ВНЗ Укоопспілки «Полтавський університет економіки і торгівлі»
yemetsli@maii.ru

Задачі з імовірнісною невизначеністю привертають значну увагу дослідників. У даній доповіді пропонується підхід до упорядкування випадкових величин на основі порівняння їх моментів.

Нехай Ω – деяка множина попарно незалежних випадкових величин. Випадкові величини позначатимемо великими латинськими літерами (X, Y, Z). Через $\mu_s(X)$ позначатимемо початковий момент s-го порядку випадкової величини X, тобто математичне сподівання s -го степеня цієї випадкової величини [1].

Означення 1. Називатимемо дві випадкові величини $X, Y \in \Omega$ μ_k-еквівалентними (і позначати $X \sim_k Y$), якщо є рівними їх початкові моменти по k-й включно, тобто $\mu_i(X) = \mu_i(Y)$ для всіх $i = 1, \ldots, k$.

Безпосередньою перевіркою властивостей відношень неважко довести таке твердження.

Твердження 1. Відношення $\sim_k$ на множині попарно незалежних випадкових величин є відношенням еквівалентності.

Клас еквівалентності за відношенням $\sim_k$ з представником X позначатимемо $[X]_k$, тобто $[X]_k \in \Omega / \sim_k$. Через $\mu_i([X]_k)$ ($i \le k$) позначатимемо початковий момент i -го порядку деякої випадкової величини $X \in [X]_k$ (згідно з означенням 1 ці моменти є рівними для всіх представників класу $[X]_k$).

Означення 2. Називатимемо класи $[X]_k, [Y]_k \in \Omega/\sim_k$ упорядкованими за неспаданням (позначати $[X]_k \preceq [Y]_k$), якщо для всіх $i \le k$ таких, що $\mu_i([X]_k) > \mu_i([Y]_k)$ знайдеться таке $j < i$, що $\mu_j([X]_k) < \mu_j([Y]_k)$.

Іншими словами, $[X]_k \preceq [Y]_k$ тоді і тільки тоді, коли перша відмінна від нуля різниця $\mu_i([X]_k) - \mu_i([Y]_k)$ є від'ємною.

Твердження 2. Відношення $\preceq$ на множині класів еквівалентності за відношенням $\sim_k$ є лінійним порядком.

Доведення. Покажемо спочатку, що $\preceq$ є частковим порядком, тобто рефлексивним, антисиметричним і транзитивним відношенням.

Оскільки $\mu_i([X]_k) = \mu_i([X]_k)$ для всіх $i = 1,...,k$, тобто умова $\mu_i([X]_k) > \mu_i([Y]_k)$ не виконується для жодного *i*, то $[X]_k \preceq [X]_k$, тобто відношення є рефлексивним.

Для доведення антисиметричності припустимо, що мають місце співвідношення $[X]_k \preceq [Y]_k$ і $[Y]_k \preceq [X]_k$. Припустимо, існує таке *i*, що $\mu_i([X]_k) > \mu_i([Y]_k)$, причому нехай *i* – найменший із таких індексів. З умови $[X]_k \preceq [Y]_k$ випливає, що існує $j < i$ таке, що $\mu_j([X]_k) < \mu_j([Y]_k)$, але тоді з $[Y]_k \preceq [X]_k$ випливає, що повинно існувати таке $l < j < i$ таке, що $\mu_l([Y]_k) < \mu_l([X]_k)$. Але остання нерівність суперечить правилу вибору індексу *i*. Таким чином, $\mu_i([X]_k) \le \mu_i([Y]_k)$ для всіх $i = 1,...,k$. Провівши аналогічні міркування для припущення, що $\mu_i([Y]_k) > \mu_i([X]_k)$, одержимо також $\mu_i([Y]_k) \le \mu_i([X]_k)$ для всіх $i = 1,...,k$. Отже, $\mu_i([X]_k) = \mu_i([Y]_k)$ для всіх $i = 1,...,k$, тобто $[X]_k = [Y]_k$.

Нарешті доведемо транзитивність. Нехай $[X]_k \preceq [Y]_k$ і $[Y]_k \preceq [Z]_k$. Якщо $[X]_k = [Y]_k$ або $[Y]_k = [Z]_k$, то транзитивність очевидна. В іншому разі знайдуться такі r і s, що $\mu_r([X]_k) \neq \mu_r([Y]_k)$ і $\mu_s([Y]_k) \neq \mu_s([Z]_k)$. Нехай r і s – найменші можливі з таких індексів. Тоді з означення 1 випливає, що $\mu_r([X]_k) < \mu_r([Y]_k)$ і $\mu_s([Y]_k) < \mu_s([Z]_k)$. Нехай $t = min\{r,s\}$. Тоді $\mu_t([X]_k) \leq \mu_t([Y]_k) \leq \mu_t([Z]_k)$, причому обидві рівності одночасно не можуть мати місця, звідки $\mu_t([X]_k) < \mu_t([Z]_k)$. Нехай для деякого i виконується нерівність $\mu_i([X]_k) > \mu_i([Z]_k)$. Тоді, очевидно, $\mu_i([X]_k) > \mu_i([Y]_k)$ або $\mu_i([Y]_k) > \mu_i([Z]_k)$ (в іншому разі виконувалося б співвідношення $\mu_i([X]_k) \leq$ $\leq \mu_i([Y]_k) \leq \mu_i([Z]_k)$, що суперечить $\mu_i([X]_k) > \mu_i([Z]_k)$). Тоді з означення 1 випливає, що $i > r$ або $i > s$, тобто $i > t$. Таким чином, одержуємо, що $[X]_k \preceq [Z]_k$, отже, відношення є порядком.

Для доведення лінійності порядку розглянемо два довільних класи $[X]_k$ і $[Y_k]$. Якщо $[X]_k = [Y]_k$, то, очевидно, $[X]_k \preceq [Y]_k$ і $[Y]_k \preceq [X]_k$. Нехай тепер класи $[X]_k$ і $[Y_k]$ різні. Тоді існує $r = \min\{i \mid \mu_i([X]_k) \neq \mu_i([Y]_k)\}$. Для r-х моментів виконується одна з двох нерівностей: $\mu_r([X]_k) < \mu_r([Y]_k)$ або $\mu_r([X]_k) >$ $> \mu_r([Y]_k)$. У першому випадку $[X]_k \preceq [Y]_k$, в другому – $[Y]_k \preceq [X]_k$. Таким чином, для будь-яких двох класів $[X]_k$ і $[Y_k]$ виконується принаймні одне із співвідношень $[X]_k \preceq [Y]_k$ або $[Y]_k \preceq [X]_k$, тобто порядок є лінійним. Твердження доведено.

Введення лінійного порядку дозволяє визначити найбільший та найменший елементи серед випадкових величин, що дає можливість ставити задачі оптимізації на них для знаходження екстремальних елементів за певних умов.

Інформаційні джерела

1. Вентцель Е. С. Теория вероятностей / Е. С. Вентцель. – М. : Гл. ред. физ.-мат. литерат., 1969. – 576 с.

УДК 519.246

ПОСТРОЕНИЕ АЛГОРИТМА ПРОГНОЗИРОВАНИЯ ДЛЯ РЕАЛЬНЫХ ВРЕМЕННЫХ РЯДОВ

В. В. Бондаренко, *аспирантка*
Национальный технический университет Украины «Киевский политехнический институт»
valeria_bondarenko@yahoo.com

Анализ временного ряда $x_1 \ldots x_n$ предполагает наличие математической модели, то есть последовательности случайных величин $\xi_1 \ldots \xi_n$, для которой наблюдаемое значение x_k есть реализация ξ_k. Дискретная модель определяется формулой

$$\xi_k = \Phi\left(\xi_{k-p}, \ldots, \xi_{k-1}, \varepsilon_1 \ldots \varepsilon_r\right).$$

В данной работе для преобразованных исходных данных в качестве модели выбрано фрактальное броуновское движение, что позволило для реальных примеров построить оптимальный прогноз и оценить его качество.

$$B_H(t) = c_H\left(\int_{-\infty}^{0}\left((t-s)^{\alpha} - (-s)^{\alpha}\right)dw(s) + \int_{0}^{t}(t-s)^{\alpha}dw(s)\right).$$

В процессе моделирования интеграл заменяется суммой.

$$B_H\left(\frac{k}{n}\right) = \frac{c}{n^H}\left(\sum_{j=1}^{n^{5/2}}\left((k+j)^{\alpha} - j^{\alpha}\right)\varepsilon_j + \sum_{i=0}^{k-1}(k-i)^{\alpha}\varepsilon_{n^2+i+1}\right),$$

$$k = 0, 1, 2, \ldots, n$$

$$y_k = B_H\left(\frac{k+1}{n}\right) - B_H\left(\frac{k}{n}\right), k = 1, 2, \ldots, n-1;$$

Полагая обучающей выборкой вектор

$$\xi = (y_1, \ldots, y_m)$$