

УДК 519.85

## ЗАДАЧА ОПТИМАЛЬНОГО РОЗПОДІЛУ КОШТІВ СЕРЕД ПІДПРИЄМСТВ ОБ'ЄДНАННЯ З ВРАХУВАННЯМ ЇХНІХ ПОТРЕБ

*М. Я. Марко, пошукувач*

*Львівський національний університет імені Івана Франка  
mariiatarcko@gmail.com*

*Г. Г. Цегелик, д.ф.-м.н., професор*

*Львівський національний університет імені Івана Франка*

*У статті розглядається використання методу динамічного програмування для розв'язання задачі оптимального розподілу коштів серед підприємств об'єднання з врахуванням їхніх потреб. За критерій оптимальності приймається загальний прибуток підприємств об'єднання, одержаний в результаті отримання коштів від кожного підприємства .*

*Marko M., Tsegelik G. G., Problem of optimal assignment of costs among the enterprises of an association with their needs. In the article are discussed using method of dynamic programming the solution multi-step problem of optimal assignment of costs allocated by an association among enterprises belonging to an association is considered. For the optimality criterion, the aggregate profit of enterprises of an association obtained as a result of receiving costs by each enterprise is adopted.*

*Ключові слова: ЗАДАЧА ОПТИМАЛЬНОГО РОЗПОДІЛУ КОШТІВ, МЕТОД ДИНАМІЧНОГО ПРОГРАМУВАННЯ, ПІДПРИЄМСТВА ОБ'ЄДНАННЯ.*

*Keywords: PROBLEM OF OPTIMAL ASSIGMENT OF COSTS, METHOD OF DYNAMIC PROGRAMMING, ENTERPRISES OF AN ASSOCIATION.*

В [1], використовуючи метод динамічного програмування [2,3], побудована математична модель оптимального розподілу грошових одиниць коштів

підприємствам об'єднання, де за критерій оптимальності вибрано загальний прибуток об'єднання від вкладених коштів. Там же наводиться алгоритм реалізації побудованої моделі. Разом з тим, побудована математична модель ніяк не враховує потреб підприємств об'єднання в грошових одиницях коштів (може бути випадок, що виділені кошти підприємство не може повністю освоїти). Тому приведемо постановку задачі та її математичну модель у випадку, коли відомі потреби в грошових одиницях коштів підприємств об'єднання. Для реалізації математичної моделі також можна використати метод динамічного програмування.

Припустимо, що серед  $n$  підприємств  $\Pi_1, \Pi_2, \dots, \Pi_n$  об'єднання треба розподілити  $S$  грошових одиниць коштів. Відомо, що потреби  $i$ -го підприємства  $\Pi_i$  становить  $r_i$  грошових одиниць коштів. При цьому  $i$ -му підприємству може бути виділено не більше як  $j$  грошових одиниць коштів, де  $j = 1, 2, \dots, r_i$ . В залежності від розміру виділених грошових одиниць коштів для того чи іншого підприємства одержується відповідний прибуток. Задача полягає в такому розподілі грошових одиниць коштів серед підприємств об'єднання, який забезпечує сумарний максимальний прибуток об'єднанню.

Нехай  $g_i(x_j)$ ,  $i = 1, 2, \dots, n$ , - величина прибутку від надання  $i$ -му підприємству  $\Pi_i$  грошових одиниць коштів в розмірі  $x_j$ ,  $j = 1, 2, \dots, r_i$ ;  $x_i$ ,  $i = 1, 2, \dots, n$ , - кількість грошових одиниць коштів, що планується надати  $i$ -му підприємству  $\Pi_i$  (шукані величини). Тоді математична модель задачі матиме вигляд

$$P = \sum_{i=1}^n g_i(x_i) \rightarrow \max ,$$

за умов

$$\sum_{i=1}^n x_i = S ,$$

$$x_i \in \{0, 1, \dots, r_i\}, \quad i = 1, 2, \dots, n .$$

Для реалізації математичної моделі можна побудувати алгоритм, використовуючи метод динамічного програмування. При цьому вважаємо, що підприємства об'єднання впорядковані за зростанням їхніх потреб.

Нехай

$$k_i = \sum_{j=1}^i r_j, \quad i = 1, 2, \dots, n,$$

$i$

$$k_l \leq S < k_{l+1}, \quad l \in \{1, 2, \dots, n-1\}.$$

Тоді процес розв'язування за допомогою методу динамічного програмування буде складатись із  $n$  кроків. На першому кроці визначимо максимальний прибуток від виділення  $x_j = j$ ,  $j = 1, 2, \dots, r_1$ , грошових одиниць коштів першому підприємству  $\Pi_1$ . На другому кроці визначимо максимальний прибуток від використання  $x_j = j$ ,  $j = 1, 2, \dots, k_2$ , грошових одиниць коштів двом підприємствам  $\Pi_1$  та  $\Pi_2$ . І т.д. Взагалі, на  $s$ -му кроці при  $s = 2, 3, \dots, l$  визначимо максимальний прибуток від виділення  $x_j = j$ ,  $j = 1, 2, \dots, k_s$ , а при  $s = l+1, l+2, \dots, n$   $x_j = j$ ,  $j = 1, 2, \dots, S$ , грошових одиниць коштів підприємствам  $\Pi_1, \Pi_2, \dots, \Pi_s$ .

Оптимальний розподіл грошових одиниць коштів серед підприємств об'єднання визначається так. Якщо максимальний прибуток на останньому кроці досягається для  $s = s_1$ , то  $s_1$  грошових одиниць коштів треба виділити для підприємства  $\Pi_n$ . Залишилось розподілити  $S - s_1$  грошових одиниць коштів серед підприємств  $\Pi_1, \Pi_2, \dots, \Pi_{n-1}$ . Якщо максимальний прибуток при розподілі цих коштів на  $(n-1)$ -му кроці досягається для  $s = s_2$ , то  $s_2$  грошових одиниць коштів треба виділити для підприємства  $\Pi_{n-1}$ . І т.д. Нехай на другому кроці треба розподілити  $S - (s_1 + s_2 + \dots + s_{n-2})$  грошових одиниць коштів серед підприємств  $\Pi_1$  і  $\Pi_2$ . Якщо максимальний прибуток при розподілі цих коштів на другому кроці досягається для  $s = s_{n-1}$ , то  $s_{n-1}$  грошових одиниць коштів треба виділити для підприємства  $\Pi_2$ . Нарешті,  $S - (s_1 + s_2 + \dots + s_{n-1})$  грошових одиниць коштів треба виділити для першого підприємства  $\Pi_1$ .

## Література

1. Марко М. Я. Задача оптимального розподілу коштів серед підприємств об'єднання/ Марко М. Я., Цегелик Г. Г. || Матеріали VI-ї Всеукраїнської науково-практичної конференції «Сучасні інформаційні технології в економіці, менеджменті та освіті». – Львів. – 2015.- с. 6-9
2. Беллман Р. Динамическое программирование / Р. Беллман. – М.: Изд-во иностранной литературы, 1960. – 400 с.
3. Цегелик Г.Г. Математичне програмування: навч. посіб. / Г.Г. Цегелик. – Львів: Вид-во ЛНУ імені Івана Франка, – 2011. – 338 с.