УДК 519.8

ІНТЕРЛІНАЦІЯ ФУНКЦІЙ В МАТЕМАТИЧНОМУ МОДЕЛЮВАННІ ПРОСТОРОВОГО РОЗПОДІЛУ ДЕЯКОЇ СУКУПНОСТІ КОРИСНИХ КОПАЛИН

***О. О. Литвин**, к.ф.-м.н., доцент,*
Українська інженерно-педагогічна академія
loo71@bk.ru
***О. С. Чорна,** асистент,*
Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут»
lena1402@ukr.net

В статті розглядається задача про відновлення в кожній точці (x, y, z) *між заданою системою свердловин (взагалі кажучи похилими)* $\Gamma_k(z)$ *скінченої множини корисних копалин або їх сполук.*

Lytvyn O.O., Chorna O.S. Interlineation functions in the mathematical spatial distribution model of some set minerals In the article are discussed the problem of recovery at every point (x, y, z) *between a given system of wells (generally sloping)* $\Gamma_k(z)$ *finite set of minerals or compounds.*

Ключові слова: МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ, ІНТЕРЛІНАЦІЯ ФУНКЦІЙ, ПРОСТОРОВИЙ РОЗПОДІЛ.
Keywords: MATHEMATICAL MODEL, INTERLINEATION FUNCTIONS, SPATIAL DISTRIBUTION.

Розглянемо задачу про відновлення в кожній точці (x, y, z) між заданою системою свердловин (взагалі кажучи похилими) $\Gamma_k(z) = \{(x, y, z) : x = X_k(z), y = Y_k(z), -H \le z \le 0\}$ скінченої множини корисних копалин або їх сполук за даними $\gamma_{k,i}(z), k = \overline{1, M}, i = \overline{1, n}$, n- кількість сполук лінійної щільності i-го елемента в k-ій свердловині на глибині z, $-H \le z \le 0$. Тобто, ми обмежуємося не всіма елементами періодичної таблиці, а лише n вибраними елементами.

Введемо позначення $\rho(x,y,z) = \left|\rho_1(x,y,z) \ \ldots \ \rho_n(x,y,z)\right|^T$, $\rho_k = \left[\gamma_{k,1}(z) \ \ldots \ \gamma_{k,n}(z)\right]^T$, де $\gamma_{k,i}(z) = \rho_i(X_k(z), Y_k(z), z)$, $k = \overline{1,M}$, $i = \overline{1,n}$, $\rho_i(x,y,z)$, $i = \overline{1,n}$ - щільність і-ої корисної копалини.

Введемо також до розгляду допоміжні функції $H_k(x,y,z)$, що розглянуті у працях [1-3]. Вони мають властивості $H_k(X_p(z), Y_p(z), z) = \delta_{k,p}$, $1 \le k, p \le M$.

Тоді математичною моделлю просторового розподілу сукупності a_n фіксованих корисних копалин між вибраною системою похилих свердловин будемо називати оператор

$$OP(x,y,z) = \sum_{k=1}^{M} H_k(x,y,z)\rho_k(z) , \qquad (1)$$

$$\rho_k(z) = \left(\rho_{k,1}(z), \ldots, \rho_{k,n}(z)\right), \ k = \overline{1,M}$$

Введемо і дослідимо також оператори сплайн-інтерлінації матричної функцій трьох змінних $\rho(x,y,z)$ на системі похилих свердловин $\Gamma_k = \{(x,y,z) : x = X_k(z), y = Y_k(z), -H \le z \le 0\}$, та M допоміжних функцій $h_k(t) \in C[0,1], k = \overline{1,M}$, з властивостями $h_k(0) = 0, h_k(1) = 1, k = \overline{1,M}$, а також оператори

$$O_M f(x(z)y(z), z) = O_\mu \rho(X(z), Y(z), z) = f\mu_1(z) h_{\mu_1}\left(\frac{\varphi_{\mu_2,\mu_3}(x,y,z)}{\Delta_{\mu_1,\mu_2,\mu_3}(z)}\right) +$$

$$+ f_{\mu_2}(z) h_{\mu_2}\left(\frac{\varphi_{\mu_1,\mu_3}(x,y,z)}{\Delta_{\mu_1,\mu_2,\mu_3}(z)}\right) + f_{\mu_3}(z) h_{\mu_3}\left(\frac{\varphi_{\mu_1,\mu_2}(x,y,z)}{\Delta_{\mu_1,\mu_2,\mu_3}(z)}\right),$$

$$(x(z), y(z), z) \in T_\mu \subset D, z \in [-H, 0].$$

Теорема 1. Оператор $O_M \rho(x,y,z)$ має наступні властивості:

а) він є оператором інтерлінації функцій трьох змінних на системі кривих Γ_k, тобто дозволяє обчислювати значення цієї матричної функції $O_M \rho(X_k(z), Y_k(z), z) = \gamma_k(z), -H \le z \le 0, k = \overline{1,M}$;
$\rho(x,y,z) \in C\left(\bigcup_\mu T_\mu \times [-H,0]\right) \mathrm{T}_\mu \subset D \Rightarrow O_M \rho(x,y,z) \in C\left(\bigcup_\mu T_\mu \times [-H,0]\right)$;

б) якщо деякі (або всі) функції $\rho_i(x,y,z),\ i=\overline{1,n}$ мають розв’язок в заданій системі точок $z_k, k=\overline{1,M}$, то і $O_M\rho(x,y,z)$ буде мати розв’язок.

Зауваження 1. Зокрема, якщо $h_k(t)=t\ \forall k=\overline{1,M}$, то $O_M\rho(x,y,z)=O_M f(x,y,z)$. Якщо $h_k(t)=t^2\ \forall k=\overline{1,M}$, то $O_M\rho(x,y,z)$ – оператор інтерлінації матричної функцій трьох змінних $\rho(x,y,z)$.

Розглянемо для довільної $\rho(x,y,z)\in C(R^3)$ інтерлінаційні оператори

$$O_{M,\lambda}(\rho;x,y,z)=\sum_{k=1}^{M}\rho_k(z)\ell_{M,k,\lambda}(x,y,z),\ \lambda\ge 1,\ M=2,3,\ldots,$$

$$\ell_{M,k,\lambda}(x,y,z)=\prod_{i=1,i\ne k}^{M}\frac{d_i(x,y,z)^\lambda}{d_{i,k}^\lambda}=\frac{\prod\limits_{i=1,i\ne k}^{M}d_i(x,y,z)^\lambda}{\prod\limits_{i=1,i\ne k}^{M}d_{i,k}^\lambda},$$

$$\begin{aligned}&d_i(x,y,z)=\sqrt{(X_i(z)-x)^2+(Y_i(z)-y)^2};\\&d_{i,k}=\sqrt{(X_i(z)-X_k(z))^2+(Y_i(z)-Y_k(z))^2}\end{aligned}\ [4].$$

Теорема 2. Для кожної $\rho(x,y,z)\in C(R^3)$ виконуються співвідношення

$$O_{M,\lambda}(\rho;x,y,z)\in C(R^3)$$

$$O_{M,\lambda}(\rho;X_p(z),Y_p(z),z)=\gamma_p(z),\ p=\overline{1,M}.$$

На основі запропонованих матричних математичних моделей можуть бути створені нові ефективні методи розвідки корисних копалин та розробки родовищ.

Література

1. Литвин О.О., Штепа Н.І.,Кулик С.І., Чорна О.С. Математичне моделювання розподілу корисних копалин між системою нерегулярно розміщених похилих свердловин методами сплайн-інтерлінації функцій/ Штепа Н.І., Кулик С.І., Чорна О.С. // Журнал «Проблемы машиностроения», Том 16. Випуск 1. Харків, 2013. – С.61-68
2. Литвин О.О., Штепа Н.І.,Кулик С.І., Чорна О.С. Математичне

моделювання 3d розподілу корисних копалин між системою нерегулярно розміщених похилих свердловин методами глобальної інтерлінації функцій. / Штепа Н.І., Кулик С.І., Чорна О.С. // Журнал «Проблемы машиностроения», Том 16. Випуск 4. Харків, 2013. – С.39-49.

3. Литвин О.О., Штепа Н.І.,Кулик С.І., Чорна О.С. Математичне моделювання розподілу корисних копалин за допомогою поліноміальних інтерлінантів на системі похилих свердловин. / Штепа Н.І., Кулик С.І., Чорна О.С. // Журнал «Проблемы машиностроения», Том 17. Випуск 2. Харків, 2014. – С.33-40.
4. Литвин О.М. Інтерлінація функцій та деякі її застосування. – Харків: Основа, 2002. – 544 с.