УДК 539.3

МОДЕЛЮВАННЯ ВИСОТИ І СТРУКТУРИ ХАОСУ

І. Г. Грабар, *д.т.н., професор,*
Житомирський національний агроекологічний університет
ivan-grabar@ukr.net

Хаос – одна із найбільших проблема математичної фізики і математики XX століття [4-6], яка так і перейшла невирішеною у XXI століття. Простори, які мають хаотичну структуру, будемо називати *хаотиками*. В даній доповіді ми досліджуємо лише скінченні, або *комбінаторні хаотики*. Відомо, що динаміка нелінійних систем в багатьох випадках зводиться до хаотиків. Причому аттрактори таких систем, що отримали назву дивних, є хаотиками, та мають фрактальну структуру [1-4]. Нелінійні детерміновані системи є зручними об’єктами як для моделювання фазових переходів «порядок - безпорядок» (П→БП), так і навпаки – дозволяють довільні початкові умови притягти до детермінованих точок аттрактора, що еквівалентно фазовому переходу «безпорядок – порядок» (БП→П). Породження хаосу детермінованими нелінійними системами при зміні керуючих параметрів в широкому діапазоні значень є одним з найбільших сюрпризів науки кінця 20 століття [1]. Добре вивчена хаотизація аттрактора в моделях Фейгенбаума, Лоренца, Расслера, Дюффінга, що відбувається за сценарієм подвоєння періоду та має на диво красиву структуру, що добре моделюється із застосуванням циклічних груп [7-10].

В доповіді показано, що кількісне вимірювання висоти хаосу λ дозволяє обґрунтувати запропоновану раніше синергетичну модель руйнування [11], як фазовий перехід від стану [«Мікрохаос-БП» ($\lambda \Rightarrow 1$); «Макропорядок-П» ($\lambda \Rightarrow 0$)] до стану [«Мікропорядок-П» ($\lambda \Rightarrow 0$); «Макрохаос-БП» ($\lambda \Rightarrow 1$)]. Це демонструє відносність ролі висоти хаосу, її залежність від структурного та масштабного рівня. Це приводить до взаємної причинно-наслідкової зміни ролі хаосу, коли максимальне значення висоти хаосу на мікрорівні забезпечує макропорядок (не руйнування конструкції), і навпаки – виникнення порядку на мікрорівні – синхронізація групи атомів в локальній зоні під дією зовнішньої загрузки – сприяє їх груповому скачку через потенційний бар’єр, зародженню тріщини та подальшого руйнування конструкції, що еквівалентно переходу до хаосу на макрорівні!

Схожі сценарії можна виявити в багатьох системах живої і неживої природи – від гідродинаміки (ламінарний – турбулентний режим руху рідини) та економіки (паніка на біржах) до природних катастроф (землетруси, лавини, цунамі, вулкани) і аж до надпровідності, надтекучості і т.п., коли заселення одного структурного рівня з $\lambda \Rightarrow 0$ забезпечує настання наступного структурного рівня $\lambda \Rightarrow 1$ та навпаки. Очевидно, в масштабах Всесвіту кількість таких чергувань (масштабних фазових переходів) може бути нескінченним. Тим актуальніша задача моделювання кінетики і структури таких сценаріїв.

В таблицях 1-2 наведено результати обчислення висоти хаосу **λ** в повних групах перестановок 4! та 5! та проведено ранжування даних груп по значеннях висоти хаосу **λ.** При цьому значення висоти хаосу обчислювалось як за ітераційною схемою проф. Грони [4-9],

$$\lambda(n+1) = n * \lambda(n) + (n-i) \qquad (1)$$

так і за формулою проф. Грабар І.Г безпосереднього визначення висоти хаосу:

$$\lambda = n! \sum_{J=1}^{n} \frac{i_J}{J!}\,. \qquad (2)$$

Для застосування формули (2) проф..Грабара, що дозволяє одномоментно визначити висоту хаосу, без трудомісткої ітераційної процедури та без громіздких комп'ютерних алгоритмів, придатної як для кінцевомірних, так і для нескінченних множин, необхідно визначити вектор індексів кожної перестановки (табл.1) $\Omega_n(i_1 i_2 i_3 i_4 \cdots)$.

При цьому застосування (2) дозволяє легко розв'язати як пряму (обчислення висоти хаосу в одну дію), так і обернену задачу – побудова перестановку за заданим значенням висоти хаосу, а також оцінити похибку залишкового члена при наближеному обчисленні **λ.**

Таблиця 1 Повна група перестановок 4!, ранжована по висоті хаосу λ, та вектори індексів кожної перестановки

Перестановка	Висота хаосу λ	Вектор індексів $\Omega_4(i_1 i_2 i_3 i_4)$	Циклічні група перестановок і їх перідичність	Циклічна група Фейгенбаума F_i^2
1234	0	0000	A_1	
1243	1	0001	B_1	
1423	2	0002	C_1	
4123	3	0003	A_4	
1324	**4**	**0010**	$\mathbf{D_1}$	F_1^2
1342	5	0011	$\mathbf{E_1}$	
1432	6	0012	$\mathbf{F_1}$	
4132	**7**	**0013**	$\mathbf{D_4}$	F_4^2
3124	8	0020	B_3	
3142	9	0021	C_3	
3412	10	0022	A_3	
4312	11	0023	B_4	
2134	12	0100	$\mathbf{E_2}$	
2143	13	0101	$\mathbf{F_2}$	
2413	**14**	**0102**	$\mathbf{D_2}$	F_2^2
4213	15	0103	$\mathbf{E_4}$	
2314	16	0110	C_2	
2341	17	0111	A_2	
2431	18	0112	B_2	
4231	19	0113	C_4	
3214	20	0120	$\mathbf{F_3}$	F_3^2
3241	**21**	**0121**	$\mathbf{D_3}$	
3421	22	0122	$\mathbf{E_3}$	
4321	23	0123	$\mathbf{F_4}$	

Таблица 2. Періодичність повної групи перестановок 5!, ранжованих по λ

Група Період	I	II	III	IУ
λ	0 1 2 3 4	5 6 7 8 9	10 11 12 13 14	15 16 17 18 19
I	A1 B1 C1 D1 A5	E1 F1 G1 H1 E5	I1 J1 K1 L1 I5	B4 C4 D4 A4 B5
λ	20 21 22 23 24	25 26 27 28 29	30 31 32 33 34	35 36 37 38 39
II	M1 N1 O1 P1 M5	Q1 R1 S1 T1 Q5	U1 V1 W1 X1 U5	N4 O4 P4 M4 N5
λ	40 41 42 43 44	45 46 47 48 49	50 51 52 53 54	55 56 57 58 59
III	F3 G3 H3 E3 F5	J3 K3 L3 I3 J5	C3 D3 A3 B3 C5	G4 H4 E4 F4 G5
λ	60 61 62 63 64	65 66 67 68 69	70 71 72 73 74	75 76 77 78 79
IУ	R2 S2 T2 Q2 R5	V2 W2 X2 U2 V5	O2 P2 M2 N2 O5	S4 T4 Q4 R4 S5
λ	80 81 82 83 84	85 86 87 88 89	90 91 92 93 94	95 96 97 98 99
У	K2 L2 I2 J2 K5	D2 A2 B2 C2 D5	H2 E2 F2 G2 H5	L4 I4 J4 K4 L5
λ	100 101 102 103 104	105 106 107 108 109	110 111 112 113 114	115 116 117 118 119
УI	W3 X3 U3 V3 W5	P3 M3 N3 O3 P5	T3 Q3 R3 S3 T5	X4 U4 V4 W4 X5

За аналогією табл..1, в доповіді наведено повні групи перестановок 5! та 6! , ранжовані за висотою хаосу, а також виявлена періодичність їх представлення відповідними циклічними групами цих престаново. Як видно з таблиці 1, ранжування перестановок за висотою хаосу дозволяє виявити цікаві закономірності як в будові векторів індексів $\Omega\{i_1 i_2 i_3 i_4\}$ так, так і періодичності чергування наборів (підмножин) базових циклічних груп. В таблиці 2 це продемонстровано в зображення повної групи перестановок 5! в вигляді періодичної таблиці за допомогою базових циклічних груп табл.1. При цьому індекс при назві групи вказує, з якого елемента групи починається її обхід по часовій стрілці.

В загальному випадку повна група перестановок n! утворює вектор-стовпчик висоти хаосу $\lambda \in (0 \ldots n! - 1)$, в якому можна виділити (n-2)! періодів по (n-1) груп в кожному періоді та по n елементів в кожній елементарній підгрупі. Важливо відмітити, що кожна підгрупа починається і закінчується тією ж самою базовою перестановкою, а кожен період – так само починається і закінчується тією ж самою підгрупою базових перестановок. Наведено також результати комбінаторного аналізу ти вимір висоти хаосу циклічних груп Фейгенбаума після 2-ї - 6-ї біфуркацій [8-10]. В таблиці 1 показано розміщення груп Фейгенбаума F_i^2 за висотою хаосу в повній групі перестановок 4!.

Література

1. Шустер Г. Детерминированный хаос. Введение. – М.: Мир, 1988. – 240 с.
2. Хакен Г. Синергетика. Иерархия неустойчивостей в самоорганизующихся системах и устройствах. – М.: Мир, 1985. – 411 с.
3. Фейгенбаум М. Универсальность в поведении нелинейных систем. – УФН, 1983, т. 141, №2, с. 343 – 374.
4. Valery V. Gritsak-Groener, Julia Gritsak-Groener, Arts Combinatoria, vol.2, Academia Press, 2006.
5. Valery V. Gritsak-Groener, A Theory of Finite Chaotic, SLU, 1997.
6. Грона В. Основи математичної кібернетики. За науковою редакцією проф. І.Г.Грабара. – Житомир: ЖДТУ. – 2004. – 428 с.
7. Грабар І.Г., Даник Ю.Г., Ковбасюк С.В. Математичне моделювання та оптимізація складних систем. – Житомир: 2015. – 680 с.

8. Грабар І.Г., Грабар О.І.Моделювання кінетики хаотизації аттрактора Фейгенбаума і динаміка нелінійних систем. - Вісник ЖДТУ. - №3. – 2012.

9. Грабар І.Г., Грабар О.І.Кількісна оцінка висоти хаосу дивних ат тракторів в задачах динаміки нелінійних систем. - Вісник ЖНАЕУ. - № 2, 2012.

10. Грабар І.Г. Термоактиваційний аналіз та синергетика руйнування. – Житомир. – ЖІТІ. – 2002. – 312 с.