Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова
Казанский (Приволжский) федеральный университет
Иститут прикладной математики им. М. В. Келдыша РАН
Вычислительный центр им. А. А. Дородницына РАН

Проблемы теоретической кибернетики

Материалы XVII международной конференции
(Казань, 16 – 20 июня 2014 г.)

Казань, 2014

ББК 22.18
П 78
УДК 519.7

Издание осуществлено при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований по проекту 14-01-06036-г

П78 Проблемы теоретической кибернетики. Материалы XVII международной конференции (Казань, 16 – 20 июня 2014 г.). Под редакцией Ю.И. Журавлева. — Казань: Отечество, 2014. — 307 с.

ISBN 978-5-9222-0861-1

Сборник содержит доклады XVII международной конференции "Проблемы теоретической кибернетики" (Казань, 16 – 20 июня 2014 г.), организованной при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект 14-01-06036-г).

Для научных работников и специалистов в области математической кибернетики, дискретной математики, информатики и их приложений.

Научное издание

ПРОБЛЕМЫ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ КИБЕРНЕТИКИ
МАТЕРИАЛЫ XVII МЕЖДУНАРОДНОЙ КОНФЕРЕНЦИИ
(Казань, 16 – 20 июня 2014 г.)

Под общей редакцией академика РАН Ю. И. Журавлева

Редакционная группа
Ф. М. Аблаев, В. Б. Алексеев, О. М. Касим-Заде

Ответственный за выпуск: Ф. М. Аблаев

ISBN 978-5-9222-0861-1

А. В. Васильев
Квантовые коммуникационные вычисления на основе квантового хеширования 52
А. В. Васин
О нижних оценках ненадежности схем в базисе $\{0, 1, \overline{x}, x_1\&x_2, x_1\&x_2\&x_3\}$ 56
В. А. Воблый, А К. Мелешко
Асимптотическое перечисление помеченных эйлеровых кактусов . . . 58
В. А. Воблый, А. К. Мелешко
Перечисление помеченных тетрациклических эйлеровых блоков . . . 60
А. А. Вылиток, М. А. Зубова
Правильные скобочные автоматы 62
В. Н. Габбаеов
О сравнительных характеристиках моделей квантовых алгоритмов Гровера — алгоритма точного и алгоритма с ошибками 65
А. Ф. Гайнутдинова
Вычислительные возможности квантовых и классических OBDD . . 66
М. В. Гоетев, Р. Ф. Хабибуллин
Об одной задаче оптимального выбора пропускных способностей каналов транспортных сетей 69
П. С. Дергач
О спектральных свойствах тонких языков 72
О. С. Дудакова
О порождающих системах в классах монотонных функций многозначной логики 75
А. А. Евдокимов, Т. И. Федоряева
О графическом разнообразии шаров 77
О. А. Емец, А. О. Емец
О сильной разрешимости и сильной допустимости нечетких линейных систем неравенств 80
П. В. Желтов, В. И. Семенов, А. К. Шурбин
Применение вейвлет-преобразования для определения средних диаметров объектов на изображении 84
Л. П. Жильцова, И. И. Крылова
О верхней оценке длины слабопрефиксного кода для одного семейства КС-языков 86
Д. Н. Жук
О замкнутых классах функций, содержащих функцию почти единогласия 89
И. Я. Заботин, Р. С. Яруллин
Метод отсечений с аппроксимацией надграфика и оценка точности решения 92

Случай 1: $\tau_2 = 4$. Нетрудно построить графы G_1 и G_2 такие, что $\tau(G_1) = (6, 6, 4, 1)$ и $\tau(G_2) = (7, 7, 4, 1)$, причем граф G_2 имеет вершину степени 2, не входящую в треугольник. По лемме 4 вектор $(\tau_1, \tau_1, 4, 1)$ является графическим разнообразием шаров при любом $\tau_1 \geqslant 6$.

Случай 2: $\tau_2 = 5$. Аналогично случаю 1 строится граф G_3, имеющий вершину степени 2, не входящую в треугольник, с вектором разнообразия шаров $\tau(G_3) = (6, 6, 5, 1)$. По лемме 4 вектор $(\tau_1, \tau_1, 5, 1)$ — графическое разнообразие шаров для любого $\tau_1 \geqslant 6$.

Случай 3: $\tau_2 \geqslant 6$. По теореме 2 получаем $\tau(H_{\tau_2, 3, 2}) = (\tau_2, \tau_2, \tau_2, 1)$. Граф $H_{\tau_2, 3, 2}$ имеет вершину степени 2, не входящую в треугольник. Тогда для любого $\tau_1 \geqslant \tau_2$ по лемме 4 вектор $(\tau_1, \tau_1, \tau_2, 1)$ является графическим разнообразием шаров. ∎

Работа выполнена при поддержке РФФИ, проект № 14-01-00507.

Литература

[1] *Федоряева Т. И.* Разнообразие шаров в метрических пространствах деревьев // Дискрет. анализ и исслед. операций. Сер. 1. — 2005. — Т. 12, № 3. — С. 74–84.

[2] *Евдокимов А. А.* Локально изометрические вложения графов и свойство продолжения метрики // Сиб. журн. исслед. операций. — 1994. — Т. 1, № 1. — С. 5–12.

[3] *Федоряева Т. И.* Векторы разнообразие шаров для графов и оценки их компонент // Дискрет. анализ и исслед. операций. — 2007. — Т. 14, № 2. — С. 47–67.

[4] *Рычков К. Л.* О достаточных условиях существования графа с заданным разнообразием шаров // Дискрет. анализ и исслед. операций. Сер. 1. — 2006. — Т. 13, № 1. — С. 99–108.

[5] *Федоряева Т. И.* Точные верхние оценки числа различных шаров заданного радиуса в графах с фиксированными числом вершин и диаметром // Дискрет. анализ и исслед. операций. — 2009. — Т. 16, № 6. — С. 74–92.

[6] *Федоряева Т. И.* Мажоранты и миноранты класса графов с фиксированными диаметром и числом вершин // Дискрет. анализ и исслед. операций. — 2013. — Т. 20, № 1. — С. 58–76.

О сильной разрешимости и сильной допустимости нечетких линейных систем неравенств

О. А. Емец, А. О. Емец

yemetsli@mail.ru,yemets2008@ukr.net

Полтавский университет экономики и торговли, Полтава

В работе [1] исследована сильная разрешимость и сильная допустимость нечетких линейных систем уравнений. В докладе в этом аспекте рассматриваются нечеткие линейные системы неравенств.

Нечеткое число - это множество A, состоящее из пар $a|\mu(a)$, где $a \in R^1$, $\mu(a) \in [0; 1]$, т.е. $A = \{a|\mu(a); a \in [a_L, a_R] \subset R^1, \mu \in [0; 1]\}$. *Носителем* нечеткого числа называют множество чисел $a \in R^1$ в множестве пар A, образующих это нечеткое число, для которых задается $\mu(a)$. Соответствие, ставящее числу $a \in [a_L, a_R]$ число $\mu(a) \in [0;1]$, называют *функцией принадлежности* нечеткого числа A.

Нечеткое число $A = \{a_1|\mu(a_1), ..., a_n|\mu(a_n)\}$ называют *дискретным* (или *нечетким числом с дискретным носителем*), если функция принадлежности на множестве $\{a\} \subset [a_L, a_R]$, которое является конечным $\{a\} = \{a_i\}_{i=1}^n$, $\mu(a_i) \in (0;1]$ $\forall i = 2, 3, ..., n-1$. Пусть $a_L = a_1 < a_2 < ... < a_{n-1} < a_n = a_R$. Нечеткое число $A = \{a|\mu(a); \forall a \in [a_L, a_R] \subset R^1\}$ называют *континуальным* (или *нечетким числом с континуальным носителем*), если функция принадлежности $\mu(a)$ определена для всех $a \in [a_L, a_R]$: $\mu(a_L) = \mu(a_R) = 0$; $0 < \mu(a) < 1$ $\forall a \in (a_L, a_R)$.

Пиковыми точками нечеткого числа A назовем точки a носителя этого нечеткого числа, в которых $\mu(a) = 1$. Дискретное нечеткое число $A = \{a_1|\mu_1, ..., a_n|\mu_n\}$, где $a_1 < a_2 < ... < a_n$, назовем *однопиковым*, если все пиковые точки этого числа идут подряд: $\alpha_i = a_{\mathrm{i}+1}, a_{i+2}, ..., a_{i+p} = \alpha_R$. Точки $a_{i+1}, ..., a_{i+p}$ при этом будем называть *пиком* дискретного нечеткого числа A. При $p = 1$ пик дискретного нечеткого числа A назовем *острым*, в противном случае $(p > 1)$ - *не острым*. Континуальное нечеткое число $A = \{a|\mu(a); \forall a \in [a_L, a_R]\}$ назовем *однопиковым*, если все пиковые точки этого числа образуют отрезок $[\alpha_L, \alpha_R] \subset (a_L, a_R)$. Этот отрезок $[\alpha_L, \alpha_R]$ назовем *пиком* континуального нечеткого числа A. Если концы этого пика совпадают: $\alpha_L = \alpha_R$, то такой пик континуального нечеткого числа назовем *острым*, в противном случае $(\alpha_L \neq \alpha_R)$ - *не острым*.

Нечеткое число A назовем *нормальным*, если его функция принадлежности есть неубывающей на $[a_L, \alpha_L]$ и невозрастающей на $[\alpha_R, a_R]$. Нормальное однопиковое число назовем *стандартным (континуальным или дискретным)*. *Стандартизированным* нечетким числом назовем дискретное нечеткое число вида $A = \{a_{L_0}|0;\ a_{L_1}|0,25;\ \ a_{L_2}|0,5;\ a_{L_3}|0,75;\ a_{L_4}|1;\ \ a_{R_4}|1;\ a_{R_3}|0,75;\ a_{R_2}|0,5;\ \ a_{R_1}|0,25;\ \ a_{R_0}|0\}$, где $a_{L_0} < a_{L_1} < a_{L_2} < a_{L_3} < a_{L_4} < a_{R_4} < a_{R_3} < a_{R_2} < a_{R_1} < a_{R_0}$. Это число можно задавать упорядоченной десяткой $A = (a_{L_0}, a_{L_1}, a_{L_2}, a_{L_3}, a_{L_4}, a_{R_4}, a_{R_3}, a_{R_2}, a_{R_1}, a_{R_0}) = (\underline{a_0}, \underline{a_1}, \underline{a_2}, \underline{a_3}, \underline{a_4}, \overline{a_4}, \overline{a_3}, \overline{a_2}, \overline{a_1}, \overline{a_0})$. Если пик острый, то, очевидно, $\underline{a_4} = \overline{a_4}$.

Далее идет речь только о стандартизированных нечетких числах.

Используем терминологию из [2] относительно интервальных матриц и линейных систем неравенств.

Нечеткой матрицей A^f назовем 5-ти слойную таблицу (матрицу, массив), на каждом слое состоящую из интервальных матриц, где на слое t матрица $I_A^t = (a_{ijt})$ при $t = const$ является интервальной матрицей $I_A^t = [\underline{A}^t, \bar{A}^t]$. Здесь $\underline{A}^t = (\underline{a}_{ijt}) \in R^{m\times n}$, $\bar{A}^t = (\overline{a}_{ijt}) \in R^{m\times n}$, $t \in \{0,\ 1,\ 2,\ 3,\ 4\}$; a_{ijt} обозначим элементы матрицы A^f $a_{ijt} = [\underline{a}_{ijt}, \bar{a}_{ijt}]$, $\underline{a}_{ijt}$, $\bar{a}_{ijt}$ - параметры нечеткого стандартизированного числа $a_{ij} = (\ \underline{a}_{ij0},\ \underline{a}_{ij1},\ \underline{a}_{ij2},\ \underline{a}_{ij3},\ \underline{a}_{ij4},\ \overline{a}_{ij4},\ \overline{a}_{ij3},\ \overline{a}_{ij2},\ \overline{a}_{ij1},\ \overline{a}_{ij0}\ )$, i - номер строки, j - номер столбца. Число t назовем *номером слоя* матрицы A^f; матрицу I_A^t - слоем t матрицы A^f.

В случае, когда $n = 1$ матрицу $A^f \in R^{m\times 1\times 5}$ назовем *нечетким вектором (столбцом)* с m нечеткими координатами и обозначим b^f. Вектор I_b^t - назовем t слоем вектора b^f, а вектор b^f - пятислойным; $t = 0,\ 1,\ 2,\ 3,\ 4$.

Напомним определение интервальной линейной системы неравенств [2].

Интервальной линейной еиетемой неравенетв

$$I_A x \leqslant I_b \tag{1}$$

называют семейство всех систем линейных неравенств

$$Ax \leqslant b, \tag{2}$$

где

$$A \in I_A; b \in I_b. \tag{3}$$

Введем понятие нечеткой линейной системы неравенств.

Нечеткой линейной еиетемой неравенетв

$$A^f x \leqslant b^f, \tag{4}$$

называются совокупность пяти интервальных линейных систем неравенств

$$I_A^4 x \leqslant I_b^4;\ I_A^3 x \leqslant I_b^3;\ I_A^2 x \leqslant I_b^2;\ I_A^1 x \leqslant I_b^1;\ I_A^0 x \leqslant I_b^0. \tag{5}$$

где нечеткая матрица A^f и интервальная матрица I_A^t, нечеткий вектор b^f и интервальный I_b^t соотносятся соответственно между собой в соответствии с определением нечеткой матрицы , а $t \in \{0,\ 1,\ 2,\ 3,\ 4\}$.

Поставим в соответствие линейной интервальной системе неравенств (1) $I_A^t x \leqslant I_b$, $t \in \{0,\ 1,\ 2,\ 3,\ 4\}$, семейство с номером t систем линейных неравенств вида (2) с данными вида (3) соответственно:

$$A^t x \leqslant b^t, \tag{6}$$

$$A^t \in I_A^t; b^t \in I_b^t. \tag{7}$$

Нечеткая линейная система неравенств (4) называется *еильно разрешимой (еильно допуетимой) в смысле* t ($t \in \{0,\ 1,\ 2,\ 3,\ 4\}$), если при $t = const$ каждая из систем (6) с данными (7) разрешима (допустима). Сильную разрешимость (допустимость) в смысле t будем еще называть сильной разрешимостью (допустимостью) типа t.

Теорема 1. *Нечеткая линейная система неравенств вида (4)* $A^f x \leqslant b^f$ *сильно разрешима в смысле* t *тогда и только тогда, когда допустима система* $\bar{A}^t x^1 - \underline{A}^t x^2 \leqslant \underline{b}^t, t \in \{0,\ 1,\ 2,\ 3,\ 4\}$.

Сильным решением в смысле t ($t \in \{0,\ 1,\ 2,\ 3,\ 4\}$) нечеткой линейной системы неравенств (4) назовем вектор x^t, удовлетворяющий системе $A^t x \leqslant b^t$ $\forall A^t \in I_A^t$, $\forall b^t \in I_b^t$.

Теорема 2. *Если нечеткая линейная система неравенств (4)* $A^f x \leqslant b^f$ *сильно разрешима в смысле* t*, то она имеет сильное в смысле* t *решение* x^t.

Обозначим $e = (1, ..., 1)^T \in R^m$ - единичный вектор, здесь T - символ транспонирования. Размерность вектора e, если она явно не указана, легко определяется из контекста. Пусть $I_A^t = [A_c^t - \Delta^t; A_c^t + \Delta^t]$ - заданная интервальная $m \times n$ матрица, определяемая (5), а вектор $y \in Y_m \subset R^m$, где $Y_m = \{y \in R^m \mid |y| = e\}$. Обозначим D_z для вектора $z \subset R^m$ квадратную матрицу из $R^{m \times m}$, в которой его элементы стоят на главной диагонали, а остальные элементы - нули.

Введем в рассмотрение также матрицы: $A_{yz}^t = A_c^t - D_y \Delta^t D_z$, где $y \in Y_m$, $z \in Y_m$. Если y или z - единичный вектор e, то D_y, D_z соответственно в этом случае - единичные матрицы. Поэтому $A_{ye}^t = A_c^t - D_y \Delta^t$; $A_{ez}^t = A_c^t - \Delta^t D_z$, а $A_{-ez}^t = A_c^t + \Delta^t D_z$. Отметим, что $A_{ye}^t \in I_A^t$.

Определим $\forall x \in R^m$ вектор sgn x, i-ая координата которого такова $(\mathrm{sgn}\ x)_i = \left\{ \begin{array}{ll} 1, & x_i \geqslant 0, \\ -1, & x_i < 0, \end{array} \right. \quad \forall i = 1,\ 2,\ ...,\ m.$

Теорема 3. *Следующие три утверждения эквиваленты: 1) x^t - сильное в смысле t решение нечеткой линейной системы неравенств $A^f x \leqslant b^f$; 2) x^t удовлетворяет условию $A_c^t x - b_c^t \leqslant -\Delta^t |x| - \delta^t$; 3) вектор $x^t = \bar{x}^t - \bar{\bar{x}}^t$, где для $\bar{x}^t, \bar{\bar{x}}^t$ справедливы условия $\bar{A}^t x^t - \underline{A}^t \bar{\bar{x}}^t \leqslant \underline{b}^t$; $\bar{x}^t \geqslant 0; \bar{\bar{x}}^t \geqslant 0$.*

Теорема 4. *Нечеткая линейная система неравенств вида (4) $A^f x \leqslant b^f$ сильно допустима в смысле t ($t \in \{0,\ 1,\ 2,\ 3,\ 4\}$) тогда и только тогда, когда допустима система $\bar{A}^t x \leqslant \underline{b}^t$.*

Теорема 5. *Если вектор x^t является сильным решением типа t, $t \in \{\ 0,\ 1,\ 2,\ 3\ \}$ нечеткой линейной системы неравенств $A^f x \leqslant b^f$, то он является сильным решением типа $t + 1$ этой системы.*

Теорема 6. *Если нечеткая линейная система неравенств (4) $A^f x \leqslant b^f$ является сильно разрешимой типа t, $t \in \{\ 0,\ 1,\ 2,\ 3\ \}$, то она является сильно разрешимой типа $t + 1$.*

Литература

[1] *Сергиенко И. В., Емец О. А., Емец А. О.* Системы линейных уравнений с данными в виде нечетких множеств: слабая разрешимость и слабая допустимость // Кибернетика и системный анализ. — 2014. (в печати).

[2] *Фидлер М., Недома Й., Рамик Я., Рон И., Циммерманн К.* Задачи линейной оптимизации с неточными данными. — М.-Ижевск: НИЦ "Регулярная и хаотическая динамика Ин-т компьютерных исследований, 2008. — 288 с.