Українська Федерація Інформатики

Інститут кібернетики імені В. М. Глушкова
Національної академії наук України

ВНЗ Укоопспілки «Полтавський університет економіки і торгівлі»
(ПУЕТ)

КОМБІНАТОРНА ОПТИМІЗАЦІЯ ТА НЕЧІТКІ МНОЖИНИ (КОНеМ – 2013)

Матеріали III Всеукраїнського наукового семінару
(м. Полтава, 30-31 серпня 2013 року)

За редакцією д. ф.-м. н., професора О. О. Ємця

Полтава
ПУЕТ
2013

УДК 519.7+519.8
ББК 22.176
К63

ПРОГРАМНИЙ КОМІТЕТ

К63 Комбінаторна оптимізація та нечіткі множини (КОНеМ – 2013) : матеріали III Всеукр. наук. семінару, (м. Полтава, 30–31 серп. 2013 р.) / за ред. О. О. Ємця. – Полтава : ПУЕТ, 2013. – 87 с. – Текст укр., рос.

ISBN 978-966-184-232-7

У збірнику тез семінару висвітлено сучасну проблематику в таких галузях, як комбінаторна оптимізація та суміжні питання, математичне моделювання і обчислювальні методи, теорія та застосування нечітких множин, сучасні проблеми оптимізації та невизначеності в прийнятті рішень, сучасні проблеми комбінаторики.

Збірник розрахований на фахівців з кібернетики, інформатики, системних наук.

УДК 519.7+519.8
ББК 22.176

Матеріали друкуються в авторській редакції мовами оригіналів.
За виклад, зміст і достовірність матеріалів відповідають автори.

ISBN 978-966-184-232-7

ЗМІСТ

УДК 519. 854.5

МЕТОД ГІЛОК ТА МЕЖ ДЛЯ ЗАДАЧІ ОПТИМІЗАЦІЇ НА ПЕРЕСТАНОВКАХ З СЕПАРАБЕЛЬНОЮ ЦІЛЬОВОЮ ФУНКЦІЄЮ ТА ЛІНІЙНИМИ ОБМЕЖЕННЯМИ

О. О. Ємець, *д. ф.-м. н., професор;*
Т. О. Парфьонова, *к. ф.-м. н., доцент*
ВНЗ Укоопспілки «Полтавський університет економіки і торгівлі»

Постановка задачі

Розглянемо задачу: знайти $\left\langle F^*, x^* \right\rangle$, де

$$F^* = \min_{x \in R^k} \sum_{j=1}^{k} c_j f(x_j), \tag{1}$$

$$x^* = \arg\min_{x \in R^k} \sum_{j=1}^{k} c_j f(x_j) \tag{2}$$

за умов
$$\sum_{j=1}^{k} a_{ij} x_j = b_i, i \in J_l, \tag{3}$$

$$\sum_{j=1}^{k} a_{ij} x_j \le b_i \ \ i \in J_m \setminus J_l, \tag{4}$$

$$x = (x_1, ..., x_k) \in E_{k\nu}(G). \tag{5}$$

В задачі (1)–(5) R^k – дійсний арифметичний евклідів k-вимірний простір, $c_j, a_{ij}, b_i \in R^1$ – відомі сталі, m, k, ν – задані натуральні константи, l – відомий натуральний параметр або нуль, $m \ge l$, $J_m = \{1, 2, ..., m\}$ – множина перших m натуральних чисел, а $J_0 = \varnothing$ – порожня множина, $G = \{g_1, g_2 ..., g_k\}$ – мультимножина, $g_j \in R^1 \ \forall j \in J_k$. В умові (5) $E_{k\nu}(G)$ позначає множину перестановок чисел мультимножини G, а ν позначає кількість різних чисел в G, тобто кількість елементів основи $S(G)$ мультимножини G, $|S(G)| = \nu, \nu \le k$.

Галуження в МГМ для задачі (1)–(5)

Не порушуючи загальності міркувань можемо вважати змінні задачі (1)–(5) пронумерованими так, що

$$c_1 \ge c_2 \ge ... \ge c_k, \tag{6}$$

а елементи мультимножини так, що

$$f(g_1) \le f(g_2) \le \ldots \le f(g_k) \tag{7}$$

При утворенні дерева галуження в МГМ змінні x_τ в перестановці x будемо вибирати з невикористаних в порядку (6), а їх значення $g_t \in G$ – з невикористаних елементів в порядку (7).

Підмножини, що утворюються на першому рівні галуження позначимо D_{i_1} :

$$D_{i_1} = \Big\{ x = (x_1, \ldots, x_k) \in R^k \; / \; x_1 = g_{i_1}; \; \sum_{j=2}^{k} a_{ij} x_j + a_{i1} g_{i_1} = b_i \; \forall i \in J_l,$$

$$\sum_{j=2}^{k} a_{ij} x_j + a_{i1} g_{i_1} \le b_i \quad \forall i \in J_m \setminus J_l \Big\}, \; i_1 \in J_k . \tag{8}$$

Множину D_{i_1}, що містить принаймні два елемента можна аналогічно розгалузити на підмножини $D_{i_1 i_2}$, $i_2 \in J_k \setminus \{ i_1 \}$ і т. д.

На r-му рівні, $r \le k$, аналогічного утворення підмножин маємо:

$$D_{i_1 i_2 \ldots i_r} = \Big\{ x = (x_1, \ldots, x_k) \in R^k \; / \; x_j = g_{i_j}; \; \forall j \in J_r; i_j \in J_k;$$

$$\sum_{j=r+1}^{k} a_{ij} x_j + \sum_{j=1}^{r} a_{ij} g_{i_j} = b_i \quad \forall i \in J_l$$

$$\sum_{j=r+1}^{k} a_{ij} x_j + \sum_{j=1}^{r} a_{ij} g_j \le b_i \quad \forall i \in J_m \setminus J_l \Big\}, \; i_j \in J_k; \; j \in J_r \tag{9}$$

Оцінювання в МГМ для задачі (1)-(5)

Як відомо, в задачі мінімізації функції $F(x)$: $R^k \to R^1$ на $D = D_1 \cup \ldots \cup D_n$ оцінкою D_i може виступати число $\upsilon_i \in R^1$, яке задовольняє умову: $\upsilon_i \le F(x) \;\; \forall x \in D_i, \; i \in J_n$.

Нехай $\tilde{G} = G - \{ g_{i_1}, \ldots, g_{i_r} \} = \{ \tilde{g}_1, \ldots, \tilde{g}_{k-r} \}$. Не порушуючи загальності міркувань, можна так пронумерувати елементи мультимножини $\tilde{G}$, що

$$f(\tilde{g}_1) \le f(\tilde{g}_2) \le \ldots \le f(\tilde{g}_{k-r}) \tag{10}$$

Теорема. Оцінкою допустимої підмножини $D_{i_1 i_2 \ldots i_r}$ в представленні (9) задачі (1)–(5) в МГМ є число

$$\xi = \xi_{i_1 i_2 \ldots i_r} = \nu_{i_1 i_2 \ldots i_r} + c^*_{i_1 i_2 \ldots i_r} \tag{11}$$

де

$$\nu = \nu_{i_1 i_2 \ldots i_r} = \sum_{j=1}^{r} c_j f(g_{i_j}) \tag{12}$$

$$c^* = c^*_{i_1 i_2 \ldots i_r} = \sum_{j=1}^{k-r} c_{k+j} f(\tilde{g}_j) \tag{13}$$

при виконанні умов (6) та (10).

Правила відсікання в МГМ для задачі (1)–(5).

Як відомо, основне правило відсікання в задачі мінімізації $F(x)$ на $D = D_1 \cup \ldots \cup D_n$ – це не галуження далі підмножини D_i допустимої множини D, якщо її оцінка $\nu_i \ge F_0 = F(x_0),\ x_0 \in D$, де F_0 – поточний рекорд мінімального значення цільової функції $F(x)$.

Крім цього справедливі всі правила, розглянуті в [1].

В доповіді розглянуті і розв'язані всі проблеми організації роботи МГМ для задачі мінімізації на множині перестановок сепарабельною цільової функції за мінімальних обмежень.

Информационные источники

1. Емец О. А. Решение линейных условных полностью комбинаторных оптимизационных задач на перестановках методом ветвей и границ / О. А. Емец, Е. М. Емец, Т. А. Парфенова, Т. В. Чиликина // Кибернетика и системный анализ. – 2013. – № 2. – С. 121–138.

УДК 519

ФРАКТАЛЬНІ ВЛАСТИВОСТІ КОМБІНАТОРНОЇ МНОЖИНИ РОЗМІЩЕНЬ

О. О. Ємець, *професор, д. ф.-м. н.;*
О. В. Тур*, асистент*
ВНЗ Укоопспілки «Полтавський університет економіки та торгівлі»

Розглянемо мультимножину $G = \{g_1, \ldots, g_\eta\} = \{e_1^{\eta_1}, \ldots, e_n^{\eta_n}\}$, яка, очевидно має основу $S(G) = (e_1, \ldots, e_n)$, та первинну специфікацію $[G] = (\eta_1, \ldots, \eta_n)$, $\eta_1 + \ldots + \eta_n = \eta$. Не порушуючи загальності мірку-