УДК 519.8

ЧИСЕЛЬНИЙ МЕТОД ПОШУКУ НУЛІВ ЯК ГЛАДКИХ, ТАК І НЕГЛАДКИХ ФУНКЦІЙ

Р. Р. Бігун, *аспірант*
Львівський національний університет імені Івана Франка
bigunroman@ukr.net
Г. Г. Цегелик*, д. ф.-м .н., професор*
Львівський національний університет імені Івана Франка
kafmmsep@franko.lviv.ua

В статті розглядається побудова нового чисельного методу пошуку нулів функції на заданому відрізку.

Bihun R. R., Tsehelyk G. G. Numerical method for finding zero of smooth and nonsmooth function. In the article are discussed the construction of a new numerical method for finding zeros of function in a specified range.

Ключові слова: НУЛЬ ФУНКЦІЇ, МІНОРАНТА НЬЮТОНА.
Keywords: ZERO OF FUNCTION, NEWTON'S MINORANT.

Нехай треба знайти всі корені (нулі) функції $f(x)$ на заданому проміжку $[a,b]$, тобто шукатимемо розв'язок рівняння $f(x)=0$. Якщо $f(x)=0$, то і $|f(x)|=0$. Нехай

$$\tilde{f}(x)=1+|f(x)|$$

і

$$\tilde{f}(x_i)=a_i \quad (i=0,1,...,n).$$

Алгоритм методу. Алгоритм методу складається із чотирьох кроків. На першому кроці перевіряємо чи точки $x=a$ і $x=b$ не є коренями функції $f(x)$. Якщо точка $x=a$ є коренем функції $f(x)$, то приймаємо $x_i=a$ і переходимо до четвертого кроку. У противному випадку переходимо до другого кроку, на якому обчислюємо

$$\tilde{r}_i = \left(\frac{a_{k-1}}{a_k}\right)^{\frac{1}{h}}, \quad k = 1, 2, ..., n-1$$

доти, поки для деякого $k = i$ не виконаються умови

$$\tilde{r}_i \geq 1, \ \tilde{r}_{i+1} \leq 1.$$

Якщо при цьому $|f(x_i)| < h$, то точка x_i з точністю h приймаємо за нуль функції $f(x)$ і відбувається перехід до четвертого кроку. Якщо умова $|f(x_i)| < h$ не виконується, то відбувається перехід до третього кроку.

На третьому кроці обчислюємо

$$\tilde{r}_{i+l} = \frac{a_i}{a_{i+l}}, \quad l = 1, 2, ..., n-i-1$$

доти, поки для деякого l не виконаються умови

$$\tilde{r}_{i+l} \geq 1, \ \tilde{r}_{i+l+1} \leq 1, \ |f(x_{i+l})| < h. \tag{1}$$

Якщо умови (1) виконалися, то точка x_{i+l} є нулем функції $f(h)$ з точністю h і відбувається перехід на четвертий крок. Якщо умови (1) не виконуються ні при жодному l, то функція $f(x)$ не має нулів, хіба що $x = a$ і $x = b$.

На четвертому кроці за початкову точку вибираємо точку x_i, знайдену на деякому з попередніх кроків. Обчислюємо $\tilde{r}_{i+k}$ за формулою:

$$\tilde{r}_{i+k} = \frac{a_i}{a_{i+k}}, \quad k = 1, 2, ..., n-i-1.$$

Тоді, якщо $|1 - \tilde{r}_{i+k}| h, |1 - \tilde{r}_{i+k+1}| > h$, то точку x_{i+k} приймаємо як корінь функції $f(x)$ з точністю h.

Теорема 1. Для знаходження нулів функції $f(x)$ за наведеним вище алгоритмом необхідно $O(n)$ часу.

Доведення: Очевидно, оскільки ми проходимося по кожному розбитті один раз.

Література

1. R. R. Bihun, G. G. Tsehelyk. Numerical Method for Finding All Points of Extremum of Random as Smooth and Non-Smooth Functions of One Variable // Global Journal of Science Frontier Research: F Mathematics and Decision Sciences. – 2015. – Volume 15 Issue 2. – pp. 87-93.
2. R. R. Bihun, G. G. Tsehelyk. Device of non-classical Newton's minorant of functions of two real table-like variables and its application in numerical analysis // International Journal of Information and Communication Technology Research. – 2014. – Volume 4 No.7. – p. 284-287.