УДК 519.854

ЗАДАЧА ПРО ПОКРИТТЯ МНОЖИНАМИ: ОСОБЛИВОСТІ НАБЛИЖЕНОЇ РЕОПТИМІЗАЦІЇ

В. О. Михайлюк, *д.ф.-м.н., доцент*

Східноєвропейський національний університет імені Лесі Українки

mikhailyukvictor2@gmail.com

В статті розглядаються результати з наближеної реоптимізації задачі про покриття множинами при зміні матриці обмежень.

Mikhailyuk V.A. Set covering problem: features of approximation reoptimization. In the article results of approximation reoptimization of set covering problem over changes of constraint matrix are considered.

Ключові слова: РЕОПТИМІЗАЦІЯ, α-НАБЛИЖЕНИЙ РОЗВ'ЗОК, $\varphi(m)$-НАБЛИЖЕНИЙ АСИМПТОТИЧНО ОПТИМАЛЬНИЙ АЛГОРИТМ.

Keywords: REOPTIMIZATION, α- APPROXIMATION SOLUTION, $\varphi(m)$- APPROXIMATION ASYMPTOTICALLY OPTIMAL ALGORITHM.

Мета реоптимізації при використанні наближених методів – застосування знань про розв'язок початкового екземпляра I задачі (задачі із заданими значеннями вхідних параметрів) для досягнення кращої якості наближення (апроксимаційного відношення) розв'язання I' (змінений екземпляр).

Розглянемо задачу про покриття множинами в постановці $\Pi(A,c)$:

$$\min\left\{ f(x)=\sum_{i=1}^{n} c_i x_i \,\middle|\, x\in Q(A)\right\}$$

$$Q(A)=\left\{ x\in B^n \,\middle|\, \sum_{j=1}^{n} a_{ij}x_j \geq 1,\ i=1,\ldots,m\right\}$$

$B^n=\{0,1\}^n$, $A=\{a_{ij}\}$, $i=1,\ldots,m;\ \ j=1,\ldots,n.$ Введемо наступні позначення для змінених екземплярів задачі $\Pi(A,c)$. $\Pi(A_j^{+},c)$ (відповідно $\Pi(A_j^{-},c)$)) позначає задачу $\Pi(A,c)$ із заміною в стовпці j матриці A довільного 0 на 1 (відповідно 1 на 0). Під вагою $c(S)$ розв'язку $S=\{j_1,\ldots,j_k\}$ задачі $\Pi(A,c)$ будемо розуміти $c(S)=c_{j_1}+\ldots+c_{j_k}$.

Означення 1. Розв'язок S' задачі $\Pi(A,c)$ будемо називати α-наближеним, якщо $c(S')\leq\alpha\cdot c(S^*)$, де S^* є оптимальним розв'язком $\Pi(A,c)$.

Означення 2. Якщо відношення апроксимації наближеного алгоритму можна подати як $\varphi(m)+o(\varphi(m))$ при $m\to\infty$, то будемо говорити, що воно асимптотично рівне $\varphi(m)$. Якщо при виконанні деяких умов не існує алгоритму з відношенням апроксимації строго меншим за $\varphi(m)$, то такий алгоритм будемо називати $\varphi(m)$- наближеним асимптотично оптимальним алгоритмом

Теорема 1 [1]. Якщо $NP \not\subset DTIME(m^{O(\log\log m)})$, то жадібний алгоритм для задачі про покриття множинами є $\ln m$-наближеним асимптотично оптимальним алгоритмом.

Нехай ρ – асимптотичне відношення апроксимації наближеного алгоритму розв'язування $\Pi(A, c)$, а δ – відношення апроксимації будь-якого наближеного розв'язку $\Pi(A, c)$.

Теорема 2. При $1 \le \delta \le \rho$ існує алгоритм реоптимізації $REOPT(\Pi(A_j^+, c))$, що є $(\delta + 1 - \delta / \rho)$- наближеним алгоритмом.

Теорема 3. Якщо $NP \not\subset DTIME(m^{O(\log\log m)})$ при $1 \le \delta \le \ln m$, існує $REOPT(\Pi(A_j^+, 1))$, що є $(\delta + 1 - \delta / \ln m)$- наближеним асимптотично оптимальним алгоритмом.

Теореми 2,3 мають місце і для $\Pi(A_j^-, c), \Pi(A_j^-, 1)$.

Алгоритми, запропоновані при доведенні теорем 2,3, можуть бути використані при проведенні реоптимізації задачі про покриття з кращою якістю наближення ніж жадібний алгоритм при відповідних значеннях δ, ρ.

Література

1. Михайлюк В.О. Постоптимальний аналіз та наближені алгоритми реоптимізації для задач дискретного програмування/В.О. Михайлюк, І. В. Сергієнко// Київ: Наукова думка, 2015. – 248 с.