

УДК 519.6

ТЕСТУВАННЯ КУБАТУРНИХ ФОРМУЛ ОБЧИСЛЕННЯ ІНТЕГРАЛІВ ВІД ШВИДКООСЦИЛЮЮЧИХ ФУНКЦІЙ ДВОХ ЗМІННИХ НА КЛАСІ $H_1^{2,2}(M, \mathbb{M})$

О. О. Кєда, магістр

Бєрдяньський державний педагогічний університет

olegkeda121@gmail.com

Представлені результати тестування кубатурної формули чисельного інтегрування швидкоосцилюючих функцій двох змінних на класі диференційовних функцій, що задані слідами на лініях.

Keda O. O. The test results of numerical integration of two-dimensional highly oscillating functions are given on the class of differentiable functions. Information about functions is a set of lines.

Ключові слова: КУБАТУРНА ФОРМУЛА, ІНТЕГРАЛ ВІД ШВИДКООСЦИЛЮЮЧОЇ ФУНКЦІЇ ДВОХ ЗМІННИХ, ТЕСТУВАННЯ.

Keywords: CUBATURE FORMULA, INTEGRAL FROM HIGHLY OSCILLATING FUNCTION OF GENERAL VIEW.

У задачах цифрової обробки сигналів та зображень використовуються математичні моделі, які містять нові типи задання інформації. Наближено обчислюються інтеграли від швидкоосцилюючих функцій двох змінних як класичними методами, так і у випадку різних інформаційних операторів [1-6]. Однак менше уваги приділено тестуванню вищезазначених кубатурних формул. В доповіді мова іде про тестування в кубатурної формули обчислення інтегралу від швидкоосцилюючих функцій двох змінних виду

$$I_1^2(m, n) = \int_0^1 \int_0^1 f(x, y) \sin 2\pi mx dx \sin 2\pi ny dy,$$

що побудована на основі використання операторів інтерлінації функцій у випадку, коли інформація про функцію $f(x, y)$ задається її слідами на взаємно перпендикулярних лініях.

Розглянемо $H_1^{2,2}(M, \mathcal{M})$ – клас дійсних функцій, визначених на $G = [0, 1]^2$ і таких, що

$$\left| f^{(2,0)}(x, y) \right| \leq M, \quad \left| f^{(0,2)}(x, y) \right| \leq M, \quad \left| f^{(2,2)}(x, y) \right| \leq \mathcal{M}.$$

Для обчислення $I_1^2(m, n)$ тестувалася формула

$$\begin{aligned} \Phi_1^2(m, n) = & \sum_{k=0}^{\ell} \int_0^1 h_{1k}(x) \sin 2\pi m x dx \int_0^1 f(x_k, y) \sin 2\pi n y dy + \\ & + \sum_{j=0}^{\ell} \int_0^1 H_{1j}(y) \sin 2\pi n y dy \int_0^1 f(x, y_j) \sin 2\pi m x dx - \\ & - \sum_{k=0}^{\ell} \sum_{j=0}^{\ell} f(x_k, y_j) \int_0^1 h_{1k}(x) \sin 2\pi m x dx \int_0^1 H_{1j}(y) \sin 2\pi n y dy, \end{aligned}$$

де $h_{1k}(x)$, $H_{1j}(y)$ – сплайни першого порядку. Для функції $f(x, y) = \frac{1}{2}(\cos(2x - 2y) - \cos(2x + 2y))$ яка належить класу $H_1^{2,2}(M, \mathcal{M})$, $M = 4$, $\mathcal{M} = 16$ виконується наступне:

$$E_{mn} = \left| I_1^2(m, n) - \Phi_1^2(m, n) \right| \leq \frac{\mathcal{M}}{1441^4} = \frac{16}{1441^4} = \frac{1}{91^4} = \varepsilon.$$

Обчислення проводились в СКМ MathCad 15.

Таблиця 1.

m	n	ℓ	E_{mn}	ε
2	3	10	0.000000106424666	0.00001111111111110
2	3	15	0.000000020012211	0.00000219478738
3	4	25	0.000000001257964	0.000000284444444
3	4	30	0.000000000601795	0.000000137174211

Таб. 1. Порівняння $\varepsilon_1, \varepsilon_2, E_{mn}$.

Література

1. Оптимальні алгоритми обчислення інтегралів від швидкоосцилюючих функцій та їх застосування : у 2 т. Т. 1. Алгоритми: [монографія] / І. В. Сергієнко, В. К. Задірака, О. М. Литвин, С. С. Мельникова, О. П. Нечуйвітер; Ін-т кібернетики ім. В. М. Глушкова НАН України. – К.: Наук. думка, 2011.– 447 с.

2. Оптимальні алгоритми обчислення інтегралів від швидкоосцилюючих функцій та їх застосування : у 2 т. Т. 2. Застосування: [монографія] / І. В. Сергієнко, В. К. Задірака, О. М. Литвин, С. С. Мельникова, О. П. Нечуйвітер ; Ін-т кібернетики ім. В. М. Глушкова НАН України. – К. : Наук. думка, 2011. – 348 с.

3. Литвин О. М. Кубатурні формули для обчислення коефіцієнтів Фур'є функцій двох змінних з використанням сплайн-інтерлінації / О. М. Литвин, О. П. Нечуйвітер // Доп. НАН України. Математика. Природознавство. Технічні науки. – 1998. – № 1. – С. 23–28.

4. Литвин О. М. Оптимальний за порядком точності метод обчислення 2 D - коефіцієнтів Фур'є за допомогою інтерлінації / О. М. Литвин, О. П. Нечуйвітер // Комп'ютерне моделювання в наукоємних технологіях: пр. наук.-техн. конф. з міжнародною участю, 18-21 травня 2010р., Харків. – Х., 2010. – Ч. 2. – С. 211–213.

5. Литвин О. М. Кубатурна формула для обчислення 2 D - коефіцієнтів Фур'є з використанням інтерлінації функцій / О. М. Литвин, О. П. Нечуйвітер // Вісник ХНУ ім. В. Н. Каразіна. Сер. Математичне моделювання. Інформаційні технології. Автоматизовані системи управління: зб. наук. пр. – Х., 2010. – № 926. – С. 153–160.

6. Литвин О. М. 2 D - коефіцієнти Фур'є на класі диференційовних функцій та сплайн-інтерлінація / О. М. Литвин, О. П. Нечуйвітер // Таврический вестник информатики и математики. – 2011. – № 1. – С. 51–61.

Робота виконана під керівництвом проф. Литвина О.М.