$$\Phi, g, U, P, \theta \sim \exp[i(Kx - \omega t)] = e^{-dx} \exp[i(kx - \omega t)],$$

$$K = k + id, a_p = A_p a_* = \frac{\omega}{k},$$

где K — комплексное волновое число, d, a_p - соответственно коэффициент затухания фазовая скорость волны, определяемые мнимой и действительной частью волнового числа. В дальнейшем вместо частоты ω используем безразмерную: $\eta = \omega \delta_0 / a_*$.

Условием существования нетривиального решения системы такого типа (10), (11) является равенство нулю определителя, составленного из коэффициентов при амплитудах возмущений. Это условие даст связь между частотой возмущений и волновым числом.

Список использованных источников

1. Рытое С.М.,Владимирский В.В.,Галанин М.Д. Распространение звука в дисперсных системах.- /К. экспер. и теор. физики, 1938, т. 8, № 5, с. (514-621.
2. Исакович М.А.О распространении звука в эмульсиях.- Ж. экснерим. и теор. физики, 1948, т. 18, № 10, с. 907-912.
3. Ивандаев А. И. Распространение малых возмущений в двухфазных смесях пара с каплями.- Акуст. ж., 1978, т. 24, № 1, с. 72-78.
4. Ивандаев А. И.} Нигматулин Р. И. Особеппости распространения слабых возмущений в двухфазных средах с фазовыми переходами.- ПМТФ, 1970, т. 5, с. 73-77.
5. Нигматулин Р. И. Мелкомасштабные течения и поверхностные эффекты в гидродинамике многофазных сред. ПММ, 1971, т. 35, № 3, с. 451-463.

УДК 519.86

МОДИФИКАЦИЯ ГОРИЗОНТАЛЬНОГО МЕТОДА ЛОКАЛИЗАЦИИ ЗНАЧЕНИЯ ФУНКЦИИ ДЛЯ РЕШЕНИЯ ВЕКТОРНЫХ ЗАДАЧ НА КОМБИНАТОРНЫХ КОНФИГУРАЦИЯХ

Дверная Елена Анатольевна

lenadvirna@gmail.com

ассистент кафедры документоведения и информационной деятельности в экономических системах ВУЗ Укоопсоюза «Полтавский университет экономики и торговли», Полтава, Украина

Научный руководитель – д.физ.-мат.н., проф. Л.Н. Колечкина

Развитие современного общества неразрывно связано с постоянным усложнением решаемых задач в разных прикладных сферах, таких как экономика, проектирование, прогнозирование, финансы, образование и т.д. Разные процессы могут быть описаны и представлены в виде математических моделей, что позволяет применить существующие методы решения поставленных задач. Область предлагаемых исследований относительно нова, поскольку находится на стыке векторной и комбинаторной оптимизации. Обе упомянутые сферы имеют значительные достижения и достаточно исследованы независимо друг от друга. В результате же усложнения задач векторной оптимизации комбинаторными свойствами допустимой области возникает необходимость поиска специфических методов решения обозначенных задач, что является перспективным направлением исследований.

Рассмотрим постановку векторной задачи на некоторой комбинаторной конфигурации: найти такое $x^* \in D \subseteq X$, что

$$x^* = \arg \underset{x \in D \subseteq X}{extr} F(x), \qquad (1)$$

где $F(f_1, f_2, .., f_n)$ – векторный критерий, который состоит из частных целевых функцый

$$f_i : X \to R^1, i \in N_n \qquad (2)$$

$D \subseteq X$ – подмножество допустимых решений задачи, которое формуется из системы дополнительных линейных ограничений вида

$$a_{it} x_j \leq b_t, i \in N_m, t \in N_k, \qquad (3)$$

X – некоторая комбинаторная конфигурация,

$$extr \in \{\min, \max\} \qquad (4)$$

– направление оптимизации, n – количество функций, m – количество переменных, k – количество ограничений задачи.

Задача (1)-(4) является векторной оптимизационной задачей на комбинаторной конфигурации $Z(F, X)$, исследованию которой и посвящена данная работа.

В работе Г.А. Донца и Л.Н. Колечкиной [1-3] предложены несколько алгоритмов локализации значения функции на комбинаторных конфигурациях, одним из которых является горизонтальный метод локализации. Подход, использованный в упомянутом методе, можно применить для более широкого ряда задач, он может быть использован для нахождения всех точек, которые удовлетворяют дополнительным линейным ограничениям задачи (1)-(4). На основе такого подхода построим алгоритм решения векторной задачи на комбинаторных конфигурациях.

Следует отметить, что понятие «комбинаторная конфигурация» используется как формализация понятия «комбинаторное множество» и включает в себя более широкий диапазон комбинаторных конструкций.

Итак, суть горизонтального метода оптимизации в том, чтобы комбинаторную конфигурацию представить в виде графа, который можно разбить таким образом, чтобы рассмотрение принадлежности точки искомому множеству можно было сделать за сокращенное количество шагов. Для этого используется так называемый структурный граф комбинаторной конфигурации.

Структурным графом комбинаторной конфигурации называется представление графа G как объединения подграфов $G_i, i \in N_n$, каждый из которых однозначно определяется закрепленной последней координатой и представлен в виде двух соединенных между собой вершин, которые являются крайними точками подграфа. Крайними точками называются такие вершины структурного графа, в которых достигается максимальное и минимальное значение линейной функции с упорядоченными по возрастанию коэффициентами на заданном подграфе.

Пусть $a \in X$ – некоторый элемент комбинаторного множества, который однозначно определяется набором значений $a = (\alpha_1, \alpha_2, .., \alpha_k)$. Каждое из значений $\alpha_1, \alpha_2, .., \alpha_k$ назовем координатой, которая определяется своим номером. Последней координатой является α_k. Если при генерации ряда точек комбинаторной конфигурации координата α_k является неизменной, то говорим о закрепленной последней координате.

Уровнем структурного графа является подграф, который состоит из всех точек комбинаторной конфигурации, которые имеют одинаковую закрепленную координату (или координаты). Крайними точками подграфа G_n в структурном графе называются такие два элемента $a_{\max}, a_{\min} \in G_n$ множества комбинаторной конфигурации X, для которых исполняется условие: $a_{\max} \succ a, \forall a \in G_n, a_{\min} \prec a, \forall a \in G_n$.

Теорема 1. Каждый граф комбинаторной конфигурации может быть представлен в виде структурного графа.

Доказательство теоремы исходит из того, что для каждой комбинаторной конфигурации возможно задать такое разбиение на подграфы, где каждый из них определяется закрепленной последней координатой, а также свойства комбинаторных множеств позволяют однозначно определить $a_{\max}, a_{\min} \in G_n$ – крайние точки структурного графа, которые необходимы для его построения. Пример структурного графа изображен на рисунке 1.

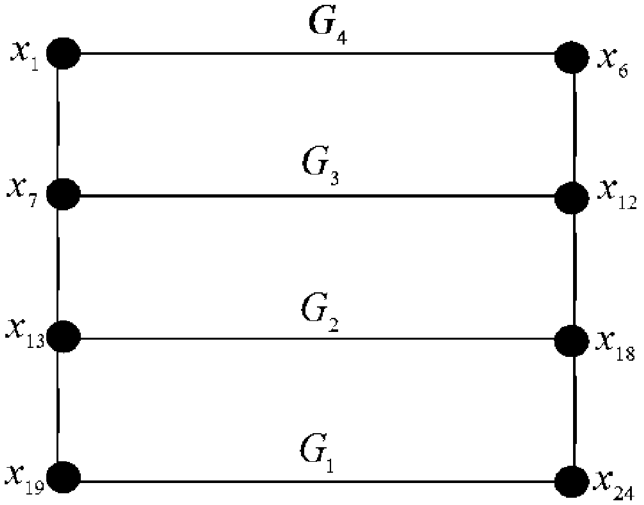

Рисунок 1. Пример структурного графа

Структурный граф комбинаторной конфигурации позволяет сделать выводы о значениях линейной функции с упорядоченными коэффициентами, что позволяет направить поиск только на те подмножества заданной комбинаторной конфигурации, которые могут содержать точки, удовлетворяющие условию задачи. В случае, когда коэффициенты не упорядочены, можно выполнить соответствующую замену, а после выполнения алгоритма вернуться к исходным координатам.

Рассмотрим пример анализа значений. Пусть задано линейное ограничение $2x_1 + 3x_2 + 5x_3 + 6x_4 + 9x_5 + 11x_6 \leq 155$ на комбинаторной конфигурации перестановок с основой $A = (1,2,3,4,5,6)$. Тогда при анализе структурного графа (рис. 2) можно сделать выводы, что все точки подгафов $G_4 - G_1$, а для подграфов $G_6 - G_5$ необходимо провести дополнительное исследование.

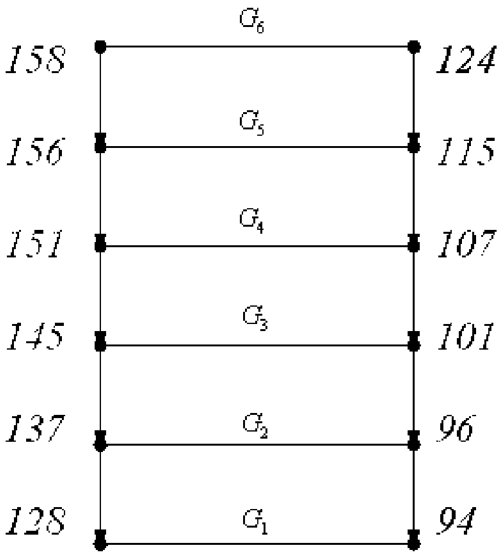

Рисунок 2. Значения линейного ограничения в крайних точках структурного графа

По такому принципу возможно определить области для всех дополнительных линейных ограничений задачи, а пресечение полученных областей даст область допустимых значений векторной задачи на комбинаторной конфигурации.

Сформулируем алгоритм решения задачи (1)-(4)

Алгоритм модифицированного горизонтального метода для векторных задач на комбинаторных конфигурациях

Шаг 1. Ввести данные задачи: коэффициенты функций, дополнительных ограничений, элементы комбинаторной конфигурации.

Шаг 2. Вычислить весовые коэффициенты для каждой из функций по формуле $a_i = \sum_{s=1}^{m} \sigma_{is} \Big/ \sum_{r=1}^{m} \sum_{s=1}^{m} \sigma_{rs}, i \in N_n$.

Шаг 3. Перейти к скалярной задаче оптимизации по формуле $f^* = \sum_{i=1}^{k} a_i f_i \to extr$

Шаг 3. Записать комбинаторную конфигурацию в виде структурного графа, определив крайние точки каждого из подграфов.

Шаг 4. Для каждого из k ограничений задачи определить множество $D_k \subseteq X$ точек комбинаторной конфигурации, которые его удовлетворяют, используя подпрограмму алгоритма горизонтального методу.

Шаг 5. Найти пересечение множеств, которые удовлетворяют каждое из линейных ограничений задачи $D^* = D_1 \cap D_2 \cap ... \cap D_k$.

Шаг 6. Найти значение целевой функции f^* в точках $x \in D^*$.

Шаг 7. Сравнить найденные значения, выбрав соответствующее направление оптимизации. Определить оптимальное значение. Завершить работу алгоритма.

Данный алгоритм позволяет избежать полного перебора элементов множества. Оптимальные значения функции находятся на границе области допустимых значений критериев, которая является пересечением множеств, полученных в результате работы подпрограммы для каждого из заданных ограничений. Сравнение значений целевой функции в найденных точках дает не единственное решение, а все множество оптимальных по Парето альтернатив.

Список использованных источников

1. Донець Г.П. Екстремальні задачі на комбінаторних конфігураціях: монографія / Г.П. Донець, Л.М. Колєчкіна. – Полтава : РВВ ПУЕТ, 2011. – 309 с.
2. Донец Г.А. Алгоритм поиска значений линейной функции на лексикографически упорядоченных перестановках / Г.А. Донец, Л.Н. Колечкина // Теорія оптимальних рішень. – 2009 – № 8. – С. 3−8.
3. Колечкина Л.Н. Модифицированный подход к решению многокритериальных экстремальных задач на комбинаторных конфигурациях / Л.Н. Колечкина, Е.А. Дверная // Теорія оптимальних рішень. – 2012 – С. 98-103.