

УДК 004.588

**ПРОГРАМНЕ ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ ДЛЯ ТРЕНАЖЕРА З ТЕМИ «АЛГЕБРА ПРЕДИКАТІВ»  
ДИСТАНЦІЙНОГО НАВЧАЛЬНОГО КУРСУ «МАТЕМАТИЧНА ЛОГІКА»**

**В. В. Куркін**, студент гр. Кн-б1м, спеціальності

«Комп'ютерні науки»

Вищий навчальний заклад Укоопспілки «Полтавський університет економіки і торгівлі» saucho228@gmail.com

**О. О. Черненко**, кн.ф.-м.н., доцент

Вищий навчальний заклад Укоопспілки «Полтавський університет економіки і торгівлі» oksanachernenko7@gmail.com

*Запропоновано тренажер на тему «Алгебра предикатів» дистанційного навчального курсу «Математична логіка».*

*Kurkin V. V., Chernenko O.O. The simulator on the topic " Predicate algebra" of the distance learning course "Mathematical Logic" and the development of its educational support.*

*The simulator on "Predicate algebra" for distance course "Mathematical Logic".*

*Ключові слова:* ТРЕНАЖЕР, АЛГЕБРА ПРЕДИКАТІВ, МАТЕМАТИЧНА ЛОГІКА.

*Keywords:* TRAINER, PREDICATE ALGEBRA, MATHEMATICAL LOGIC.

В тезах викладена постановка задачі і алгоритм роботи тренажера. Метою роботи є розробка програмного забезпечення тренажера з теми «Алгебра предикатів» навчального курсу «Математична логіка». При ознайомленні з темою «Алгебра предикатів» були використані матеріали з книги «Дискретна математика» [1]. В роботах [2] розглянуть деякі тренажери. В інтернеті (в україномовному сегменті) взагалі немає тренажера на тему «Алгебра предикатів», тому створення такого тренажера є актуальним. Створено алгоритм роботи тренажера у вигляді тестових завдань та практичних задач для вивчення алгебри предикатів. Алгоритм представлений нижче.

Алгоритм тренажера.

**Крок 1.** Користувачу виводиться умова і завдання: «Нехай предикат  $P(x)$  відповідає реченню « $x \geq 1$ ». Вказати предметну область, при якій висловлювання  $\forall xP(x)$  істинне». Наводяться варіанти відповіді:

- Предметна область – множина дійсних чисел;
- Предметна область – множина натуральних чисел;
- Предметна область – множина цілих чисел;
- Всі відповіді вірні.

Якщо користувач обирає правильну відповідь, тобто другий варіант, то відбувається перехід на наступний крок, інакше – виводиться повідомлення про помилку: «Якщо предмета область складається з усіх натуральних чисел, то висловлювання  $\forall xP(x)$  істинне».

**Крок 2.** Користувачу виводиться умова і завдання: «Нехай предикат  $P(x)$  відповідає реченню « $x \geq 1$ ». Вказати предметну область, при якій висловлювання  $\exists xP(x)$  істинне». Наводяться варіанти відповіді:

- Предметна область – множина дійсних чисел;
- Предметна область – множина натуральних чисел;
- Предметна область – множина цілих чисел;
- Всі відповіді вірні.

Якщо користувач обирає правильну відповідь, тобто четвертий варіант, то відбувається перехід на крок 3, інакше – виводиться повідомлення про помилку: «Висловлювання  $\exists xP(x)$  завжди істинне, якщо предмета область складається або з усіх натуральних чисел, або цілих чисел, або дійсних чисел».

**Крок 3.** Користувачу виводиться умова і завдання: «Нехай предикат  $P(x)$  відповідає реченню « $x$  – просте число» та задано істинне твердження «Існує просте число». Якою формулою можна записати вказане речення?». Наводяться варіанти відповіді:

- $\exists xP(x)$ ;
- $\forall xP(x)$ ;

- $\forall x \exists x P(x)$ ;
- $P(x)$ .

Якщо користувач обирає правильну відповідь, тобто перший варіант, то відбувається перехід на наступний крок, інакше – виводиться повідомлення про помилку: «Твердження «Існує просте число» при  $P(x)$  : « $x$  – просте число» можна записати формулою  $\exists x P(x)$ ».

**Крок 4.** Користувачу виводиться умова і завдання: «Нехай предикат  $Q(x)$  відповідає реченню « $x$  – раціональне число»,  $R(x)$  відповідає реченню « $x$  – дійсне число» та задано істинне твердження «Кожне раціональне число дійсне». Якою формулою можна записати вказане речення?». Наводяться варіанти відповіді:

- $\exists x(Q(x) \rightarrow R(x))$ ;
- $\forall x \exists x(Q(x) \rightarrow R(x))$ ;
- $\forall x(Q(x) \rightarrow R(x))$ ;
- $Q(x) \rightarrow R(x)$ .

Якщо користувач обирає правильну відповідь, тобто третій варіант, то відбувається перехід на крок 5, інакше – виводиться повідомлення про помилку: «Твердження «Кожне раціональне число дійсне» при  $Q(x)$  : « $x$  – раціональне число»,  $R(x)$  : « $x$  – дійсне число» можна записати формулою  $\forall x(Q(x) \rightarrow R(x))$ ».

**Крок 5.** Користувачу виводиться умова і завдання: «Нехай предикат  $P(x, y)$  відповідає реченню « $x$  менше  $y$ » та задано істинне твердження «Для кожного числа  $x$  існує таке число  $y$ , що  $x < y$ ». Якою формулою можна записати вказане речення?». Наводяться варіанти відповіді:

- $\exists y P(x, y)$ ;
- $\forall x P(x, y)$ ;
- $\forall x \exists y P(x, y)$ ;
- $P(x, y)$ .

Якщо користувач обирає правильну відповідь, тобто третій варіант, то відбувається перехід на наступний крок, інакше – виводиться повідомлення про помилку: «Твердження «Для кожного числа  $x$  існує таке число  $y$ , що  $x < y$ » при  $P(x)$  : « $x$  менше  $y$ » можна записати формулою  $\forall x \exists y P(x, y)$ ».

**Крок 6.** Користувачу виводиться умова і завдання: «Навести інтерпретацію формули алгебри предикатів  $\forall x(P(x) \rightarrow Q(x))$ , де область інтерпретації – множина живих істот,  $P(x)$  :  $x$  – риба,  $Q(x)$  :  $x$  живе у воді». Наводяться варіанти відповіді:

- Всі риби живуть у воді;
- Існують риби, що живуть у воді;
- Не всі риби живуть у воді;
- Всі риби можуть жити у воді.

Якщо користувач обирає правильну відповідь, тобто перший варіант, то відбувається перехід на крок 7, інакше – виводиться повідомлення про помилку: «Інтерпретація формули  $\forall x(P(x) \rightarrow Q(x))$  : «Всі риби живуть у воді», де  $P(x)$  :  $x$  – риба,  $Q(x)$  :  $x$  живе у воді».

**Крок 7.** Користувачу виводиться умова і завдання: «Навести інтерпретацію формули алгебри предикатів  $\exists x(P(x) \rightarrow Q(x))$ , де область інтерпретації – множина живих істот,  $P(x)$  :  $x$  – риба,  $Q(x)$  :  $x$  може жити без води». Наводяться варіанти відповіді:

- Всі риби можуть жити без води;
- Існують риби, що можуть жити без води;
- Всі риби не можуть жити без води;
- Всі риби можуть жити у воді.

Якщо користувач обирає правильну відповідь, тобто другий варіант, то відбувається перехід на наступний крок, інакше – виводиться повідомлення про помилку: «Інтерпретація формули  $\exists x(P(x) \rightarrow Q(x))$  : «Існують риби, що можуть жити без води», де  $P(x)$  :  $x$  – риба,  $Q(x)$  :  $x$  може жити без води».

**Крок 8.** Користувачу виводиться умова і завдання: «Навести інтерпретацію формули алгебри предикатів  $\forall x(P(x) \rightarrow Q(x))$ , де область інтерпретації – множина живих істот,  $P(x) : x$  – людина,  $Q(x) : x$  смертний». Наводяться варіанти відповіді:

- Всі люди безсмертні;
- Існують смертні люди;
- Не всі люди смертні;
- Всі люди смертні.

Якщо користувач обирає правильну відповідь, тобто четвертий варіант, то відбувається перехід на крок 9, інакше – виводиться повідомлення про помилку: «Інтерпретація формули  $\forall x(P(x) \rightarrow Q(x))$ : «Всі люди смертні», де  $P(x) : x$  – людина,  $Q(x) : x$  смертний».

**Крок 9.** Користувачу виводиться умова і завдання: «Навести інтерпретацію формули алгебри предикатів  $\forall x(P(x) \rightarrow Q(x))$ , де область інтерпретації – множина цілих чисел,  $P(x) : x$  ділиться на 6,  $Q(x) : x$  ділиться на 3». Наводяться варіанти відповіді:

- Всі числа, які діляться на 6, діляться на 3;
- Існують числа, які діляться на 3, якщо діляться на 6;
- Всі числа, які діляться на 3, діляться на 6;
- Не всі числа, які діляться на 6, діляться на 3.

Якщо користувач обирає правильну відповідь, тобто перший варіант, то відбувається перехід на наступний крок, інакше – виводиться повідомлення про помилку: «Інтерпретація формули  $\forall x(P(x) \rightarrow Q(x))$ : «Всі числа, які діляться на 6, діляться на 3», де  $P(x) : x$  ділиться на 6,  $Q(x) : x$  ділиться на 3, область інтерпретації – множина цілих чисел».

**Крок 10.** Користувачу виводиться умова і завдання: «Навести інтерпретацію формули алгебри предикатів  $\exists x(P(x) \rightarrow Q(x))$ , де область інтерпретації – множина цілих чисел,  $P(x) : x$  ділиться на 6,  $Q(x) : x$  ділиться на 3». Наводяться варіанти відповіді:

- Всі числа, які діляться на 6, діляться на 3;
- Існують числа, які діляться на 3, якщо діляться на 6;
- Всі числа, які діляться на 3, діляться на 6;
- Існують числа, які діляться на 6, якщо діляться на 3.

Якщо користувач обирає правильну відповідь, тобто другий варіант, то відбувається перехід на крок 11, інакше – виводиться повідомлення про помилку: «Інтерпретація формули  $\exists x(P(x) \rightarrow Q(x))$ : «Існують числа, які діляться на 3, якщо діляться на 6», де  $P(x)$  :  $x$  ділиться на 6,  $Q(x)$  :  $x$  ділиться на 3, область інтерпретації – множина цілих чисел».

**Крок 11.** Користувачу виводиться умова і завдання: «Записати речення «Кожний студент групи вивчав дискретну математику» за допомогою предикатів і кванторів. Спочатку переписати речення так, щоб було зрозуміло, як краще розставити квантори». Наводяться варіанти відповіді:

- Про кожного студента відомо, що цей студент вивчав дискретну математику;
- Про кожного студента групи відомо, що цей студент вивчав;
- Про студента групи відомо, що цей студент вивчав дискретну математику;
- Про кожного студента групи відомо, що цей студент вивчав дискретну математику.

Якщо користувач обирає правильну відповідь, тобто четвертий варіант, то відбувається перехід на наступний крок, інакше – виводиться повідомлення про помилку: «Переписане речення має вигляд: «Про кожного студента групи відомо, що цей студент вивчав дискретну математику»».

**Крок 12.** Користувачу виводиться умова і завдання: «Перепишемо речення так, щоб було зрозуміло, як краще розставити квантори: «Про кожного студента групи відомо, що цей студент вивчав дискретну математик». Тепер уведемо змінну  $x$ , і речення набере вигляду: ». Наводяться варіанти відповіді:

- Про студента  $x$  групи відомо, що  $x$  вивчав дискретну математику;

- Про кожного студента  $x$  групи відомо, що  $x$  вивчав дискретну математику;
- Про кожного студента групи відомо, що  $x$  вивчав дискретну математику;
- Про кожного студента  $x$  групи відомо, що вивчав дискретну математику.

Якщо користувач обирає правильну відповідь, тобто другий варіант, то відбувається перехід на крок 13, інакше – виводиться повідомлення про помилку: «Речення набере вигляду: «Про кожного студента  $x$  групи відомо, що  $x$  вивчав дискретну математику»».

**Крок 13.** Користувачу виводиться умова і завдання: «Тепер уведемо змінну  $x$ , і речення набере вигляду: «Про кожного студента  $x$  групи відомо, що  $x$  вивчав дискретну математику». Уведемо предикат  $C(x)$ :». Наводяться варіанти відповіді:

- $x$  вивчав дискретну математику;
- $x$  – студент групи;
- студент вивчав  $x$ ;
- вивчав дискретну математику.

Якщо користувач обирає правильну відповідь, тобто перший варіант, то відбувається перехід на наступний крок, інакше – виводиться повідомлення про помилку: «Предикат  $C(x)$ : « $x$  вивчав дискретну математику»».

**Крок 14.** Користувачу виводиться умова і завдання: «Уведемо предикат  $C(x)$ : « $x$  вивчав дискретну математику». Якщо предметна область змінної  $x$  — усі студенти групи, то можна записати задане речення як». Наводяться варіанти відповіді:

- $\exists x C(x)$ ;
- $\forall x P(x)$ ;
- $\forall x C(x)$ ;
- $\forall x \exists x C(x)$ .

Якщо користувач обирає правильну відповідь, тобто третій варіант, то відбувається перехід на крок 15, інакше – виводиться повідомлення про помилку: «Якщо предметна область змінної  $x$  — усі студенти групи, то можна записати задане речення як  $\forall x C(x)$ ».

**Крок 15.** Користувачу виводиться умова і завдання: «Слід вважати, що нас цікавлять інші групи людей, окрім тих, які вчаться в одній академічній групі. Узявши як предметну область усіх людей, можна записати задане речення так:». Наводяться варіанти відповіді:

- Для кожної особи, якщо ця особа  $x$  — студент групи, то  $x$  вивчав дискретну математику;
- Для кожної особи  $x$ , якщо ця особа — студент групи, то  $x$  вивчав дискретну математику;
- Для кожної особи  $x$ , якщо ця особа  $x$  — студент групи, то  $x$  вивчав дискретну математику;
- Для кожної особи  $x$ , якщо ця особа  $x$  — студент групи, то вивчав дискретну математику.

Якщо користувач обирає правильну відповідь, тобто третій варіант, то відбувається перехід на наступний крок, інакше – виводиться повідомлення про помилку: «Узявши як предметну область усіх людей, можна записати задане речення так: «Для кожної особи  $x$ , якщо ця особа  $x$  — студент групи, то  $x$  вивчав дискретну математику»».

**Крок 16.** Користувачу виводиться умова і завдання: «Узявши як предметну область усіх людей, можна записати задане речення так: «Для кожної особи  $x$ , якщо ця особа  $x$  — студент групи, то  $x$  вивчав дискретну математику». Визначити предикат  $S(x)$ ». Наводяться варіанти відповіді:

- Особа  $x$  вивчала дискретну математику;
- Особа  $x$  вивчала дискретну математику;
- Особа  $y$  вивчала дискретну математику;
- Особа  $x$  вивчала дискретну математику.



Якщо користувач обирає правильну відповідь, тобто четвертий варіант, то відбувається перехід на крок 17, інакше – виводиться повідомлення про помилку: «Предикат  $S(x)$  має вигляд «Особа  $x$  учиться в групі»».

**Крок 17.** Користувачу виводиться умова і завдання: «Якщо предикат  $S(x)$  має вигляд «Особа  $x$  учиться в групі», то задане речення треба записати у вигляді». Наводяться варіанти відповіді:

- $\exists x(S(x) \rightarrow C(x))$ ;
- $\forall x(S(x) \rightarrow C(x))$ ;
- $\forall x \exists x(S(x) \rightarrow C(x))$ ;
- $\forall x(S(x) \wedge C(x))$ .

Якщо користувач обирає правильну відповідь, тобто другий варіант, то відбувається перехід на наступний крок, інакше – виводиться повідомлення про помилку: «Якщо предикат  $S(x)$  має вигляд «Особа  $x$  учиться в групі», то задане речення треба записати у вигляді  $\forall x(S(x) \rightarrow C(x))$ ».

**Крок 18.** Користувачу виводиться умова і завдання: «Якщо предикат  $S(x)$  має вигляд «Особа  $x$  учиться в групі», то задане речення треба записати у вигляді  $\forall x(S(x) \rightarrow C(x))$ . Зауважимо, що задане речення не можна записати як  $\forall x(S(x) \wedge C(x))$ , бо тоді б це означало:». Наводяться варіанти відповіді:

- Всі особи з предметної області вчаться в групі та вивчали дискретну математику;
- Існують особи з предметної області, що вчаться в групі та вивчали дискретну математику;
- Всі особи з предметної області вчаться в групі та не вивчали дискретну математику;
- Всі особи з предметної області не вчаться в групі, але вивчали дискретну математику.

Якщо користувач обирає правильну відповідь, тобто перший варіант, то відбувається перехід на наступний крок, інакше – виводиться повідомлення про

помилку: « $\forall x(S(x) \wedge C(x))$  означало б «Всі особи з предметної області вчаться в групі та вивчали дискретну математику».

**Крок 19.** Користувачу виводиться умова і завдання: «Якщо ввести двомісний предикат  $Q(x, y)$ : «Студент  $x$  вивчає дисципліну  $y$ », то можна замінити». Наводяться варіанти відповіді:

- $S(x)$  на  $Q(x, \text{Дискретна\_математика})$ ;
- $C(x)$  на  $Q(y, \text{Дискретна\_математика})$ ;
- $C(x)$  на  $Q(\text{Дискретна\_математика}, x)$ ;
- $C(x)$  на  $Q(x, \text{Дискретна\_математика})$ .

Якщо користувач обирає правильну відповідь, тобто четвертий варіант, то відбувається перехід на крок 20, інакше – виводиться повідомлення про помилку: «Наведені формули можна переписати у вигляді  $\forall xQ(x, \text{Дискретна\_математика})$  чи  $\forall x(S(x) \rightarrow Q(x, \text{Дискретна\_математика}))$ ».

**Крок 20.** Користувачу виводиться умова і завдання: «Якщо ввести двомісний предикат  $Q(x, y)$ : «Студент  $x$  вивчає дисципліну  $y$ », то можна замінити  $C(x)$  на  $Q(x, \text{Дискретна\_математика})$ , що дасть можливість переписати формулу  $\forall xC(x)$  у вигляді:». Наводяться варіанти відповіді:

- $\forall xQ(x, \text{Дискретна\_математика})$ ;
- $\forall x(S(x) \rightarrow C(x, \text{Дискретна\_математика}))$ ;
- $\forall x(S(x) \rightarrow Q(x, \text{Дискретна\_математика}))$ ;
- $\forall xC(x, \text{Дискретна\_математика})$ .

Якщо користувач обирає правильну відповідь, тобто перший варіант, то відбувається перехід на крок 21, інакше – виводиться повідомлення про помилку: «Формулу  $\forall xC(x)$  можна переписати у вигляді  $\forall xQ(x, \text{Дискретна\_математика})$ ».

**Крок 21.** Користувачу виводиться умова і завдання: «Якщо ввести двомісний предикат  $Q(x, y)$ : «Студент  $x$  вивчає дисципліну  $y$ », то можна замінити  $C(x)$  на  $Q(x, \text{Дискретна\_математика})$ , що дасть можливість

переписати формулу  $\forall x(S(x) \rightarrow C(x))$  у вигляді:». Наводяться варіанти відповіді:

- $\forall xQ(x, \text{Дискретна\_математика})$ ;
- $\forall x(S(x) \rightarrow C(x, \text{Дискретна\_математика}))$ ;
- $\forall x(S(x) \rightarrow Q(x, \text{Дискретна\_математика}))$ ;
- $\forall xC(x, \text{Дискретна\_математика})$ .

Якщо користувач обирає правильну відповідь, тобто третій варіант, то відбувається перехід на крок 22, інакше – виводиться повідомлення про помилку: «Формулу  $\forall x(S(x) \rightarrow C(x))$  можна переписати у вигляді  $\forall x(S(x) \rightarrow Q(x, \text{Дискретна\_математика}))$ ».

**Крок 22.** Користувачу відображається повідомлення про завершення проходження тренажера. Надається можливість пройти тренінг спочатку або завершити його роботу.

### Список використаних джерел

1. Ємець О. О. Методичні рекомендації щодо оформлення пояснювальних записок до курсових проектів (робіт) / О. О. Ємець, Олра О. Ємець. – Полтава : РВВ ПУЕТ, 2013. – 49 с.
2. Ємець О. О. Методичні рекомендації щодо оформлення пояснювальних записок до курсових проектів (робіт) для студентів напряму підготовки «Інформатика» і спеціальності «Соціальна інформатика» / О. О. Ємець, Ол-ра О. Ємець. – Полтава : РВВ ПУЕТ, 2014. – 68 с.
3. Системи дистанційного навчання: огляд, аналіз, вибір [Електронний ресурс] / Б. Демида, С. Сагайдак, І. Копил // Вісник Національного університету "Львівська політехніка". – 2011. – № 694 : Комп'ютерні науки та інформаційні технології. – С. 98-107. – Режим доступу:
4. <http://ena.lp.edu.ua/bitstream/ntb/10662/1/14.pdf>
5. Гладир А.І. Системи дистанційного навчання – огляд програмних платформ / А.І. Гладир, Зачепа Н.В., Мотруніч О.О // Проблеми вищої школи. Інновації в освіті та виробництві. Комп'ютерні технології в освіті та виробництві. – Кременчук : КНУ ім. М. Остроградського. – С. 43-44.
6. [https://web.posibnyky.vntu.edu.ua/fitki/6kondratenko\\_komp\\_prakti\\_kum\\_matlog/](https://web.posibnyky.vntu.edu.ua/fitki/6kondratenko_komp_prakti_kum_matlog/)
7. Нікольський Ю.В. Дискретна математика / Ю.В. Нікольський, В.В. Пасічник, Ю.М. Щербина. – К.: Видавнича група ВНУ, 2007. – 368 с.
8. Таран Т.А. Основи дискретної математики / Т.А. Таран. – К.: Просвіта, 2003. – 288 с.
9. Жук П. Ф. Математична логіка та теорія алгоритмів : практикум / уклад.: / П. Ф. Жук – К. : НАУ, 2014. – 21 с. 10.