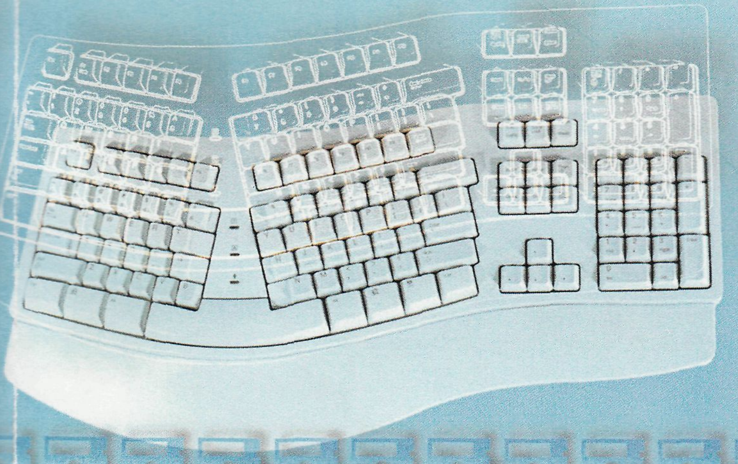
ПОЛТАВСЬКИЙ УНІВЕРСИТЕТ
СПОЖИВЧОЇ КООПЕРАЦІЇ УКРАЇНИ

ІНФОРМАТИКА ТА СИСТЕМНІ НАУКИ (ІСН-2010)

Матеріали Всеукраїнської науково-практичної конференції

18–20 березня 2010 року



ПОЛТАВА
РВВ ПУСКУ
2010

Міністерство освіти і науки України
Національна академія наук України
Центральна спілка споживчих товариств України

Інститут кібернетики ім. В.М.Глушкова НАН України
Полтавський університет споживчої кооперації України
Полтавський національний педагогічний університет ім. В.Г.Короленко
Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут»
Харківський національний університет радіоелектроніки

Кафедра математичного моделювання та соціальної інформатики ПУСКУ

ІНФОРМАТИКА ТА СИСТЕМНІ НАУКИ (ІСН-2010)

Матеріали Всеукраїнської науково-практичної конфренції
18-20 березня 2010 року

Полтава
РВВ ПУСКУ
2010

УДК 519.7+519.8+004
ББК 32.973
І-74

І-74 Інформатика та системні науки (ІСН-2010): матеріали Всеукраїнської науково-практичної конференції 18–20 березня 2010 р. / за ред. д.ф.-м.н., проф. Ємця О.О. – Полтава: РВВ ПУСКУ, 2010. – 214 с.

ISBN 978-966-184-076-7

Збірник тез конференції включає сучасну проблематику в таких галузях інформатики та системних наук, як теоретичні основи інформатики і кібернетики, математичне моделювання і обчислювальні методи, математичне та програмне забезпечення обчислювальних машин і систем, системний аналіз і теорія оптимальних рішень. Представлені доповіді, що відображають проблеми сучасної підготовки фахівців з інформатики, прикладної математики, системного аналізу та комп'ютерних інформаційних технологій.

Збірник розрахований на фахівців з кібернетики, інформатики, системного аналізу.

Матеріали друкуються в авторській редакції мовами оригіналів – українською, російською, англійською.
За виклад, зміст і достовірність матеріалів відповідають автори.

УДК 519.7+519.8+004
ББК 32.973

ISBN 978-966-184-076-7

ЗМІСТ

УДК 519.11

РАЗБИЕНИЕ НА КЛАССЫ БЛИЗКИХ ЭЛЕМЕНТОВ ИСХОДНОГО МНОЖЕСТВА G ДЛЯ РАЗМЕЩЕНИЙ БЕЗ ПОВТОРЕНИЙ

***Валуйская О.А.**, доцент, к.ф.-м.н.*
Полтавский университет потребительской кооперации Украины

Для задачи линейной условной оптимизации на комбинаторных множествах [1] применим способ сокращений [2]. Однако на множестве размещений этот подход применим к специальному множеству размещений, где нет ограничений на число повторений в размещениях элементов из исходного множества. Предлагается для стандартного множества размещений исходное множество разбивать на классы близких между собой элементов, что позволяет свести его к специальному виду.

Рассмотрим стандартное множество размещений: $E_N^k(G)$ на заданном множестве: $G=\{g_1,...,g_i,...,g_N : g_i<g_{i+1}, \forall g_i \geq 0\}$;

Для простоты предположим, что в размещении $x \in E_N^k(G)$ все элементы – различны(не повторяются).

Предлагается разбивать G на классы близких элементов:

$$G=\Big\{G_1=\{g_1,...,g_{i_1-1}\}, G_2=\{g_{i_1},...,g_{i_2-1}\},...,$$

$$G_j=\{g_{i_{j-1}},...,g_{i_j-1}\},...,G_n=\{g_{i_n},...,g_N\}\Big\};$$

определим $\gamma = max\left(|g_i-g_k|, \{g_i,g_k\} \in G_j\right)$.

Для каждого G_j выделим среди элементов $\{g_{i_{j-1}},...,g_{i_j-1}\}$ один из элементов как представитель множества G_j (например, наименьший из элементов этого класса). Обозначим этот представитель $g_j(\gamma)$, а множество G: $G(\gamma)=\{g_1(\gamma),...,g_n(\gamma)\}$.

Предлагается исходное множество $E_N^k(G)$ приближать с помощью множества $E_n^k(G(\gamma))$ (в котором нет ограничений на число повторений элементов из $G(\gamma)$).

На $x \in E_N^k(G)$ введем в рассмотрение линейную функцию $f(x)$:

$$f(x)=\sum_{j=1}^{k} c_j x_j .$$

Множество $E_n^k\left(G(\gamma)\right)$ по-координатно генерируется с помощью $E_n^i\left(G(\gamma)\right)$, на которых заданы функции $f^i(x)$:

$$E_n^0\left(G(\gamma)\right)=\{\varnothing\},\ \ f_r^0(x)=0;$$

$$E_n^i\left(G(\gamma)\right)=\bigcup_{j=1}^{n} E_n^{i-1}\left(G(\gamma)\right)\otimes g_j,\ f^i(x)=f^{i-1}(x)+c_i x_i .$$

Пример 1. N = 6; k = 4; n = 1.

$$E_N^k(G)=E_6^4(G),\ G=\{g_i\}=\{31,32,33,34,35,36\};\ \gamma=36-31=5.$$

$f(x)=\sum_{j=1}^{k} x_j, \forall C_j=1\geq 0.$ Начало генерации: $E_n^0\left(G(\gamma)\right)=\varnothing,\ f^0(x)=0.$

1 этап:

$$E_n^1\left(G(\gamma)\right)=\{x\}=\{(31(\gamma))=\{(31),...,(36)\}\},\ f^1(x)=31(\gamma)=\{31,...,36\}.$$

2 этап:

$$E_n^2\left(G(\gamma)\right)=\{x\}=\{(31(\gamma),31(\gamma))=\{(31,32),...,(35,36)\}\},$$
$$f^2(x)=62(\gamma)=\{63,...,71\}.$$

3 этап:

$$E_n^3\left(G(\gamma)\right)=\{x\}=\{(31(\gamma),31(\gamma),31(\gamma))=\{(31,32,33),...,(34,35,36)\}\},$$
$$f^3(x)=93(\gamma)=\{96,...,105\}.$$

4 этап:

$$E_n^4\left(G(\gamma)\right)=\{x\}=\{(31(\gamma),31(\gamma),31(\gamma),31(\gamma))=$$
$$=\{(31,32,33,34),...,(33,34,35,36)\}\},$$
$$f(x)=f^4(x)=124(\gamma)=\{130,...,138\}.$$

Оценка относительной погрешности значений функции f:

$$\delta = \frac{|f(x) - f(y)|}{min(f(x), f(y))},\ f(x) \ge 0, f(y) \ge 0 .$$

Для примера 1: $\delta = \frac{138-130}{130} = \frac{8}{130} = 0,0615.$

Задача линейной условной оптимизации для примера 1:

$$f(x) \to \max$$
$$f(x) \le b,$$
$$x \in E_n^k(\delta, G).$$

Имеем следующие два случая решения этой задачи.

Случай 1. Для $b \le 130$ решение

$$x = \left(31^\delta, 31^\delta, 31^\delta, 31^\delta\right) = \left\{(31,32,33,34),\dots,(33,34,35,36)\right\}.$$

Случай 2. Для $b > 130$ не существует решения на $E_n^i(G(\gamma))$.

Теорема про оценку относительной погрешности на классе близких элементов.

Пусть $\{x, y\} \subset E_n^i(\delta, G), x = (x_1, \dots, x_i), y = (y_1, \dots, y_i)$;

$$\frac{|f^i(x) - f^i(y)|}{min(f^i(x), f^i(y))} < \delta_i.$$

Тогда $\forall j, i < j \le k$ для потомков *x*, *y*: $\overline{x} = (x_1, \dots, x_i, x_{i+1}, \dots, x_j)$, $\overline{y} = (y_1, \dots, y_i, y_{i+1}, \dots, y_j)$ имеем такую оценку:

$$\frac{|f^j(\overline{x}) - f^j(\overline{y})|}{min(f^j(\overline{x}), f^j(\overline{y}))} < \delta_i + \delta_{ij},\ \delta_{ij} = \frac{(C_{i+1} + \dots + C_j)\gamma}{min(f^j(\overline{x}), \overline{x} \in E_n^j(G))}.$$

Отметим, что величины δ_i в формулировки теоремы возникают в результате сокращения множеств $E_n^i(G(\gamma))$, которые генерируются. Следующий пример иллюстрирует эту теорему.

Пример 2. Для G из примера 2 рассмотрим $n = 2$.

$$G(\gamma) = \{G_1 = \{31,32,33\} = 31(\gamma), G_2 = \{34,35,36\} = 34(\gamma)\},$$

$$\gamma = 36 - 34 = 33 - 31 = 2.$$

Начало генерации: $E_n^0\left(G(\gamma)\right) = \varnothing,\ f^0(x) = 0.$

1 этап: $$E_n^1\left(G(\gamma)\right) = \{x\} = \left\{\left(31(\gamma)\right) = \left\{(31),...,(33)\right\}\right\},\ f^1(x) = 31(\gamma);$$
$$\left(34(\gamma)\right) = \left\{(34),...,(36)\right\},\ f^1(x) = 34(\gamma)\}.$$

2 этап: $$E_n^2\left(G(\gamma)\right) = \{x\} = \left\{\left(31(\gamma),31(\gamma)\right),\ f^2(x) = 62(\gamma);\left(31(\gamma),34(\gamma)\right),\right.$$
$$\left.\left(34(\gamma),31(\gamma)\right), f^2(x) = 65(\gamma)\left(34(\gamma),34(\gamma)\right),\ f^2(x) = 68(\gamma)\right\}.$$

3 этап. Генерируем 8 размещений, сокращаем их до 2-х:

$$E_n^3\left(G(\gamma)\right) = \{x\} = \left\{\left(31(\gamma),31(\gamma)31(\gamma)\right),\ f^3(x) = 93(\gamma);\right.$$
$$\left.\left(31(\gamma),34(\gamma),34(\gamma)\right), f^3(x) = 99(\gamma)\right\}.$$

4 этап: $$E_n^4\left(G(\gamma)\right) = \{x\} = \left\{\left(31(\gamma),31(\gamma)31(\gamma),31(\gamma)\right) = \varnothing,\right.$$
$$\left(31(\gamma),31(\gamma)31(\gamma),34(\gamma)\right), f^3(x) = 127(\gamma);$$
$$\left(31(\gamma),34(\gamma),34(\gamma),31(\gamma)\right), f^3(x) = 130(\gamma);$$
$$\left.\left(31(\gamma),34(\gamma),34(\gamma),34(\gamma)\right), f^3(x) = 133(\gamma)\right\}.$$

По теореме имеем:

$$\delta_1 = \delta_2 = 0;\quad \delta_3 = \delta_4 = \max\left(\frac{101-96}{96},\frac{104-101}{101}\right) = 0,052;$$
$$\delta_{34} = \frac{1\cdot 5}{130} = 0,38.$$

Выводы. Из приведенной теоремы следует, что в результате данного подхода имеем полиномиальный, но не полностью полиномиальный приближенный метод решения задачи линейной условной оптимизации на стандартном множестве размещений.

Литература

1. Стоян Ю.Г., Гиль Н.И. Методы и алгоритмы размещения плоских геометрических объектов. – К.: Наук. Думка, 1976. – 248 с.
2. Кормен Т., Лейзерсон Ч., Ривест Р. Алгоритмы: строение и анализ. − М.: МЦНМО, 2001. − 960 с.