УДК 519.8

О МНОЖЕСТВЕ ЛОРЕНСА В ЗАДАЧАХ ДЕЛЕЖА

И. В. Козин*, д.ф.-м.н., профессор*
Запорожский национальный университет
ainc00@gmail.com
М. И. Зиновеева, *аспирант*
Запорожский национальный университет
zinoveeva92@mail.ru

В статье рассматривается проблема отыскания элементов множества Лоренса для кооперативных игр дележа с непустым ядром. Доказано, что при условии принадлежности равного дележа ядру кооперативной игры, множество Лолренса состоит из единственной точки. Предложен алгоритм отыскания множества Лоренса для кооперативных игр с непустым ядром.

I.V.Kozin, M.I.Zinoveeva About Lorence Set in Problems of the Division

The article deals with the problem of finding the elements of the Lorence set for cooperative games division with non-empty core. It is proved that provided supplies of equal division of the core of a cooperative game, a lot of Lolrensa consists of a single point. An algorithm for finding the set of Lawrence of cooperative games with non-empty core.

Ключевые слова: ОПТИМИЗАЦИЯ, ЗАДАЧА ДЕЛЕЖА, ЯДРО КООПЕРАТИВНОЙ ИГРЫ, МНОЖЕСТВО ЛОРЕНСА.

Keywords: OPTIMIZATION, PROBLEMS OF THE DIVISION, THE CORE OF A COOPERATIVE GAME, LORENCE SET

Рассмотрим задачу дележа в следующей постановке [1]. Имеется *N* агентов, которых будем нумеровать числами 1,2,… *N*, суммарный выигрыш которых составляет S_0. Значение функции полезности агента с номером *i* в кооперативной игре будем обозначать x_i. Агенты могут образовывать различные коалиции (подмножества). Для автономной коалиции $I=(i_1,i_2,...,i_k)$ выигрыш подкоалиции кооперативной игре будем обозначать $S(I)$. Необходимым условие устойчивости игры является система уравнений и неравенств:

$$\sum_{i=1}^{N} x_i = S_0, \quad \sum_{i \in I} x_i \geq S(I), \quad I \neq \varnothing, \tag{1}$$

где I –любое непустое собственное подмножество множества {1,2,…,}. Множество решений системы (1) называется ядром кооперативной игры, а его элементы допустимыми дележами.

В случае непустого ядра любой его элемент принадлежит множеству Парето.

Пусть векторы дележа $x = (x_1, x_2, ..., x_N)$ и $y = (x_1, x_2, ..., x_N)$ - элементы ядра кооперативной игры. Будем обозначать $x^* = (x_1^*, x_2^*, ..., x_N^*)$ и $y^* = (y_1^*, y_2^*, ..., y_N^*)$ - векторы, полученные соответственно из x, y путем упорядочения их координат по возрастанию. Допустимый дележ y строго доминирует по Лоренсу допустимый дележ x, если для всех $k = 1, 2, ..., N$ имеют место неравенства $\sum_{i=1}^{k} x_i^* \leq \sum_{i=1}^{k} y_i^*$, причем хотя бы одно из них строгое. Допустимый дележ x будем называть оптимальным по Лоренсу[1,2], если он не доминируется никаким другим допустимым дележом. Задача состоит в отыскании оптимальных по Лоренсу дележей в заданной кооперативной игре. Множество всех таких дележей называется множеством Лоренса.

В работе показано, что при наличии допустимого равного дележа в рассматриваемой кооперативной игре множество Лоренса состоит из единственной точки – этого дележа. На основе принципа Пигу-Дальтона сокращения неравенства предложен алгоритм отыскания элементов множества Лоренса при непустом ядре кооперативной игры.

Литература

1. Э. Мулен Кооперативное принятие решений: аксиомы и модели / Э. Мулен. – М.: Мир, 1991. – 464 с.
2. И. В. Козин Принципы симметрии в теории принятия решений / И. В. Козин. – Запорожье: Полиграф, 1993. – 164 с.