Міністерство освіти та науки України
Харківський національний університет радіоелектроніки

ДВІРНА ОЛЕНА АНАТОЛІЇВНА

Підпис

УДК 519.8

МОДЕЛІ ТА МЕТОДИ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ВЕКТОРНИХ ЗАДАЧ ДИСКРЕТНОЇ ОПТИМІЗАЦІЇ НА КОМБІНАТОРНИХ КОНФІГУРАЦІЯХ

01.05.02 – математичне моделювання та обчислювальні методи

Автореферат
дисертації на здобуття наукового ступеня
кандидата фізико-математичних наук

Харків – 2019

Дисертацією є рукопис.

Робота виконана у Вищому навчальному закладі Укоопспілки «Полтавський університет економіки і торгівлі» Міністерства освіти і науки України.

Науковий керівник: доктор фізико-математичних наук, професор
Колєчкіна Людмила Миколаївна,
професор кафедри документознавства та інформаційної діяльності в економічних системах,
Вищий навчальний заклад Укоопспілки
«Полтавський університет економіки і торгівлі».

Офіційні опоненти: доктор фізико-математичних наук, старший науковий співробітник
Семенова Наталія Володимирівна,
провідний науковий співробітник відділу методів дискретної оптимізації, математичного моделювання та аналізу складних систем, Інститут кібернетики імені В.М. Глушкова НАН України;

доктор фізико-математичних наук, професор
Яковлев Сергій Всеволодович,
професор кафедри математичного моделювання та штучного інтелекту,
Національний аерокосмічний університет
ім. М.Є. Жуковського «Харківський авіаційний інститут».

Захист відбудеться «10» грудня 2019 р. о 13:30 годині на засіданні спеціалізованої вченої ради Д 64.052.02 Харківського національного університету радіоелектроніки за адресою: 61166, м. Харків, пр. Науки, 14.

З дисертацією можна ознайомитися в бібліотеці Харківського національного університету радіоелектроніки за адресою: 61166, м. Харків, пр. Науки, 14, а також на сайті спеціалізованої вченої ради Д 64.052.02 за електронною адресою: http://nure.ua/branch/d-64-052-02.

Автореферат розісланий «8» листопада 2019 р.

Вчений секретар
спеціалізованої вченої ради *Підпис* Л. В. Колесник

ЗАГАЛЬНА ХАРАКТЕРИСТИКА РОБОТИ

Актуальність теми. Задачі дискретної оптимізації на комбінаторних конфігураціях є моделями різних прикладних задач, що зумовлює інтерес до їх вивчення та широкий розвиток методів їх розв’язування. Дослідженням в області комбінаторної оптимізації присвячені роботи зарубіжних та вітчизняних вчених, серед яких І. В. Гребеннік Л. Ф. Гуляницький, В. О. Ємєлічев, О. О. Ємець, М. З. Згуровський, Л. М. Колєчкіна, Б. Корте, А. А. Павлов, П. М. Пардалос, В. М. Сачков, Н. В. Семенова, І. В. Сергієнко, Ю. Г. Стоян, В. П. Шило, Н. З. Шор, С. В. Яковлев та інші. Важливу роль відіграє відображення комбінаторних об’єктів в евклідів простір, що описано в роботах О. О. Ємця, Ю. Г. Стояна, С. В. Яковлева та інших.

Ю. Г. Стояном, С. В. Яковлевим, О. О. Ємцем, Л. М. Колєчкіною та іншими розроблено підходи до розв’язування дискретних задач комбінаторної оптимізації, що засновані на зануренні комбінаторних множин в арифметичний евклідів простір. Г. П. Донцем та Л. М. Колєчкіною досліджено структурні властивості множини допустимих значень, особлива увага приділена побудові графів багатогранників комбінаторних конфігурацій, запропоновано нові підходи та методи розв’язування екстремальних комбінаторних задач.

І. В. Гребенніком, С. В. Яковлевим та іншими проведені дослідження комбінаторних оптимізаційних задач розміщення геометричних об’єктів, побудовано моделі прикладних задач та запропоновано шляхи їх розв’язування.

Підставою для вдосконалення існуючих методів є застосування властивостей комбінаторних конфігурацій, на яких розв’язується задача, що визначаються як відображення χ множини B у деяку результуючу множину A, структура якої визначається набором обмежень Ω. Дослідженню комбінаторних конфігурацій присвячені роботи К. Бержа, В. М. Сачкова, С. В. Яковлева, І. В. Гребенніка, Л. Ф. Гуляницького, Г. П. Донця та інших.

Останнім часом особливої актуальності набуває підхід до розв’язування комбінаторних задач на графах. Апарат теорії графів є підґрунтям для пошуку нових специфічних підходів до побудови алгоритмів.

Практичним задачам притаманна умова багатокритеріальності. Вагомий внесок у розвиток теорії векторної оптимізації та розробку методів векторної оптимізації внесли українські вчені В. В. Безкоровайний, Т. Т. Лебєдєва, Л. М. Козерацька, Л. М. Колєчкіна, М. В. Новожилова, В. А. Перепелиця, Е. Г. Петров, К. Е. Петров, Н. В. Семенова, І. В. Сергієнко та інші. Серед зарубіжних вчених відомими в області багатокритеріальної оптимізації є такі вчені, як Е. Гірліч, Г. Грінберг, В. О. Ємелічев, М. Студнярські, Р. Штойер та інші. Особливістю даного класу задач є необхідність вибору розв'язку з непорівнюваних альтернатив. Названий напрямок досліджень пропонує широкий спектр методів розв’язування векторних задач, але не досліджена специфіка задач з кількома критеріями на комбінаторних конфігураціях.

Виходячи з цього, розробка методів розв’язування векторних оптимізаційних задач на комбінаторних конфігураціях є актуальним науковим завданням.

Зв'язок роботи з науковими програмами, планами, темами. Дисертаційна робота виконувалась у ВНЗ Укоопспілки «Полтавський університет економіки і торгівлі» у відповідності з планами науково-дослідної роботи університету в рамках держбюджетної теми «Моделі і механізми соціально-економічного розвитку підприємств при стратегічному управлінні» (№ ДР 0113U002587), в розробці якої автор брала участь як виконавець.

Мета та задачі дослідження. Метою дисертаційної роботи є розробка ефективних методів розв’язування векторних задач оптимізації на евклідових комбінаторних конфігураціях.

Досягнення поставленої мети передбачає вирішення таких завдань:

– проаналізувати існуючі методи розв’язування задач комбінаторної та векторної оптимізації;

– описати способи побудови комбінаторних конфігурацій та перехід до евклідових комбінаторних конфігурацій;

– виконати постановку векторної задачі комбінаторної оптимізації та векторної оптимізації на евклідових комбінаторних конфігураціях, виокремити клас векторних задач лінійної евклідової комбінаторної оптимізації;

– означити та побудувати грід-граф та структурний граф евклідових комбінаторних конфігурацій, дослідити властивості цих графів;

– розробити методи розв’язування векторних задач лінійної оптимізації на евклідових комбінаторних конфігураціях;

– створити алгоритми відповідно до розроблених методів та провести числові експерименти, обґрунтувати ефективність запропонованих методів;

– побудувати моделі прикладних задач, що зводяться до векторних задач на евклідових комбінаторних конфігураціях.

Об’єкт дослідження – процес моделювання та розв’язування векторних задач дискретної оптимізації на комбінаторних конфігураціях.

Предмет дослідження – моделі та методи розв’язування векторних оптимізаційних задач на комбінаторних конфігураціях.

Методи дослідження. Дослідження базується на використанні методів векторної оптимізації для розв’язування векторних задач на комбінаторних конфігураціях, а саме: метод лінійної згортки критеріїв і метод поступового введення обмежень використовуються у варіаціях координатного і горизонтального методів; метод головного критерію – у методі розв’язування векторної задачі на комбінаторних конфігураціях без додаткових обмежень; методи комбінаторної оптимізації, зокрема, метод відсікання – у комбінованому методі розв’язування векторної задачі на комбінаторних конфігураціях; методи теорії графів – для побудови структурного графа та грід-графа; методи локалізації значення функції – як ідеї для методів розв’язування векторних задач на комбінаторних конфігураціях.

Наукова новизна отриманих результатів. Проведені в дисертаційній роботі дослідження дозволили отримати такі нові наукові результати:

уперше:

– означено та побудовано грід-граф евклідових комбінаторних конфігурацій та досліджено його властивості;

– розроблено горизонтальний метод розв’язування векторних комбінаторних оптимізаційних задач, у ході виконання якого використовується подання комбінаторної конфігурації у вигляді структурного графа та проводиться послідовне занурення в граф, що дозволило значно скоротити кількість елементів, які необхідно розглянути для формування множини e-конфігурацій, які задовольняють лінійним обмеженням задачі;

– розроблено координатний метод розв’язування векторних комбінаторних оптимізаційних задач, який на відміну від існуючих методів використовує подання комбінаторних конфігурацій у вигляді набору грід-графів, що дозволяє проаналізувати групи елементів та скоротити кількість вершин, необхідних для повного аналізу графа як етапу знаходження розв’язку задачі;

набуло подальшого розвитку:

– формулювання векторних комбінаторних задач, а саме сформульована постановка векторної задачі на евклідових комбінаторних конфігураціях та виділена задача векторної лінійної евклідової комбінаторної оптимізації;

– вивчення властивостей графів евклідових комбінаторних конфігурацій, а саме узагальнено поняття структурного графа та досліджено його властивості;

– метод комбінаторного відсікання, а саме розроблено підхід, що дозволяє інтегрувати і реалізувати комбінований метод, що є синтезом методу векторної оптимізації та методу комбінаторного відсікання, який на відміну від існуючих поєднує векторні властивості задачі та комбінаторний характер множини, що дозволило застосувати вказаний метод для розв’язування векторних задач на комбінаторних конфігураціях;

– моделі векторної та комбінаторної оптимізації, а саме подані: модель задачі визначення ефективності вкладів у нерухомість; модель задачі планування виробництва; модель задачі забезпечення ефективної роботи сайту; модель задачі вибору модулів при розробці програм; модель задачі оптимального розподілу масивів по рівням пам'яті комп’ютера; модель задачі вибору оптимального комплекту вимірювальних приладів як моделі векторних задач на евклідових комбінаторних конфігураціях.

Практичне значення одержаних результатів полягає у можливості використання запропонованих методів розв’язування векторних задач на комбінаторних конфігураціях для прикладних задач у різних галузях, зокрема для визначення ефективності вкладів у нерухомість, планування виробництва та інші. Методи розв'язування таких задач використані в навчальному процесі при викладанні навчальних дисциплін «Математичні основи інформаційної діяльності» та «Системний аналіз інформаційної діяльності».

Особистий внесок здобувача. Основні результати дисертаційної роботи опубліковані в роботах [1 – 25].

Роботи [10, 15, 19, 23 – 25] виконані одноосібно. В інших роботах, опублікованих у співавторстві, дисертанту належать такі результати: [1, 10] – комбінований методом на основі згортки критеріїв, [2] – описані властивості множини полірозміщень, які використовуються в методі, комбінований метод деталізовано та проілюстровано етапи розв'язування, [3] – метод на основі методу послідовного вводу обмежень та методу відсікання, модель планування виробництва, [4, 11, 12] – метод розв'язування векторних задач на поліперестановках, схема алгоритму, модель визначення ефективності вкладів у нерухомість, [5, 13] – горизонтальний метод розв'язування векторних задач на комбінаторних конфігураціях розміщень, [6, 14] – горизонтальний метод як засіб розв'язування векторних задач, [7, 16 – 18, 20 – 22] – координатний метод як засіб розв'язування векторних задач на комбінаторних конфігураціях, [8] – координатний метод розв'язування задач за умови багатокритеріальності на комбінаторних конфігураціях, загальний алгоритм та приклад розв'язування, [9] – координатний метод розв'язування векторної задачі з дробово-лінійними цільовими функціями, алгоритм за методом, приклад розв'язування.

Апробація результатів дисертації. Основні ідеї, принципи, положення і результати дисертаційних досліджень пройшли апробацію на наукових конференціях та семінарах різних рівнів, серед яких: Міжнародний науковий симпозіум «Інтелектуальні рішення» (Ужгород, 2019), ІІІ Міжнародна науково-практична конференція «Потенціал сучасної науки» (Київ, 2018), XIII Міжнародна наукова конференція студентів та молодих вчених (Астана, 2018), І та IV міжнародна науково-практична конференція «Обчислювальний інтелект (результати, проблеми, перспективи)» (Київ, 2011, 2017), Міжнародна науково-практична конференція «Структурні зміни у суспільстві та економіці під впливом комунікацій та інформації» (Полтава, 2016), ІІІ, IV та VIII Всеукраїнська науково-практична конференція «Інформатика та системні науки» (Полтава, 2012, 2013, 2017), семінар «Комбінаторна оптимізація та нечіткі множини» (Полтава, 2013), VIII та XIV міжнародна науково-практична конференція «Математичне та програмне забезпечення інтелектуальних систем» (Дніпропетровськ, 2010, 2016), International Conference «Problem of decision making under uncertainties» (Львів, 2010, Східниця, 2009), «Наукові записки» (Полтава, 2008).

Публікації. За темою дисертації опубліковано 25 наукових робіт, у тому числі 9 статей в наукових фахових виданнях, які входять до переліку

ДАК МОН України (з них 3 – до наукометричної бази SCOPUS), 9 тез доповідей на міжнародних, 3 – на всеукраїнських наукових конференціях.

Структура й обсяг дисертації. Дисертація містить анотацію, вступ, три розділи, висновки по роботі, 6 додатків (на 10 с.), 15 рисунків (на 9 с.), 1 таблицю (на 1 с.) та список використаних джерел із 154 найменувань (на 17 с.). Повний обсяг дисертації становить 137 сторінок, із них 135 сторінок основного тексту.

ОСНОВНИЙ ЗМІСТ РОБОТИ

У **вступі** обґрунтовано актуальність теми дослідження, визначено його мету, завдання, об'єкт, предмет і методи дослідження, відображено наукову новизну та практичне значення одержаних результатів, особистий внесок здобувача, надано інформацію про апробацію та публікації, структуру роботи.

У **першому** розділі розглянуто векторні задачі оптимізації, поняття ефективного розв'язку задачі, деякі методи розв'язування, що можуть бути поширені на розв'язування векторних задач на комбінаторних конфігураціях. Наведена загальна постановка задачі комбінаторної оптимізації з одним критерієм оптимальності та виконано огляд існуючих методів розв'язування задач. Розглянуто перехід від комбінаторних конфігурацій до евклідових комбінаторних конфігурацій, наведені означення e-конфігурацій. Поєднання векторного критерію та комбінаторних властивостей задачі призводить до векторної задачі на комбінаторних конфігураціях, що вимагає її дослідження та розробки нових методів розв'язування, що і є предметом дослідження.

Основні результати першого розділу опубліковані в [5, 10, 15].

У **другому** розділі розглянуто постановку векторної задачі на комбінаторних конфігураціях. Нехай Π' множина комбінаторних конфігурацій за Бержем, а $\Pi \subseteq \Pi'$ підмножина, що виділяється із множини Π' за допомогою додаткових обмежень. Задано декілька відображень $\varphi_i : \Pi' \to \mathrm{R}^1, i \in J_n$, екстремалі яких необхідно знайти. Тоді їх можна записати у вигляді векторного критерію $\Phi(\pi) = \left(\varphi_1(\pi), \varphi_2(\pi), ..., \varphi_n(\pi)\right)$. Задача векторної комбінаторної оптимізації (ЗВКО) матиме вигляд: знайти усі такі π, що

$$\varphi_i\left(\pi\right) \to extr, i \in J_n,\ \pi \in \Pi \subseteq \Pi'. \quad (1)$$

Нехай $X \subseteq R^m$ – множина евклідових комбінаторних конфігурацій у просторі R^m, а $D \subseteq X$ – множина допустимих e-конфігурацій, що виділяється із X за допомогою додаткових обмежень. Задано функції $f_i : \mathrm{X} \to \mathrm{R}^1, i \in J_n$ ($f_i\left(x\right)$).

Тоді задача (1) набуде вигляду

$$F\left(x\right) = \left(f_1\left(x\right), ..., f_n\left(x\right)\right) \to extr,\ x \in D \subseteq X\ . \quad (2)$$

Задача (2) є задачею векторної евклідової комбінаторної оптимізації (ЗВЕКО). ЗВКО та ЗВЕКО є еквівалентними, якщо виконується умова $\exists \psi : \Pi' \to R^m : X^* = \psi\left(\Pi^*\right), \Pi^* = \psi^{-1}\left(X^*\right)$.

Припустимо, що усі складові векторного критерію оптимальності є лінійними функціями, тобто

$$f_i\left(x\right) = \left\langle c_{ij} x_j \right\rangle, i \in J_n, j \in J_m, \tag{3}$$

а D виділяється з X за допомогою лінійних обмежень. Тоді задача (3) набуває вигляду: знайти множину оптимальних значень функцій

$$f_i\left(x\right) = \left\langle c_{ij} x_j \right\rangle \to extr, i \in J_n, j \in J_m, \tag{4}$$
$$x \in D \subseteq X,$$

де X – множина e-конфігурацій;

D – множина, що формується обмеженнями вигляду

$$\left\langle a_{ij} x_j \right\rangle \le b_i, i \in N_k, j \in N_m. \tag{5}$$

Задачу (4)–(5) назвемо векторною задачею лінійної евклідової комбінаторної оптимізації (ВЗЛЕКО).

Для розробки та вдосконалення методів розв'язування задачі (4)-(5) використаємо зв'язок множини e-конфігурацій з теорією графів.

Нехай X – множина e-конфігурацій, а $G\left(V,U\right)$ – деякий граф, для якого кількість вершин збігається з потужністю множини X. Здійснимо бієктивне відображення ψ елементів множини $X \subset R^n$ у множину V вершин графа G, тобто кожному елементу $x \in X \subset R^n$ поставимо у відповідність $v \in V$, таким чином маємо $G^X\left(V,U\right)$ – граф множини e-конфігурацій X. Вважатимемо позначення $G^X\left(V,U\right)$ та G^X ідентичними.

Означення 1. Якщо існує бієктивне відображення $\psi : X \to V$, де X – множина e-конфігурацій, а V – множина вершин деякого графа G^X, а також визначено Ψ – умови суміжності вершин, то G^X є графом множини e-конфігурацій X.

Для зручності будемо розглядати вершини графа G^X як відповідні елементи e-конфігурацій, тобто вершини відображені в евклідів простір.

Означення 2. Вершинами графа G^X, суміжними з вершиною $v = x = \left(a_{\alpha_1}, a_{\alpha_2}, .., a_{\alpha_n}\right)$, назвемо ті і тільки ті вершини, одержані з x шляхом перестановки довільних компонент індукуючої множини $e_i, e_j \forall i, j \in J : i \ne j$.

Означення 3. Транспозиційним графом G_{Tr}^{X} назвемо такий граф G^{X}, суміжні вершини якого визначаються згідно означення 2.

На основі транспозиційного графа побудуємо грід-граф евклідової комбінаторної конфігурації, попередньо ввівши відповідні означення.

Впорядкувати вершин G_{Tr}^{X} певним чином дає можливість аналізу зміни значень функцій у його вершинах та є підґрунтям для розробки методів розв'язування задач на e-конфігураціях. Розглянемо побудову транспозиційних графів різних множин евклідових комбінаторних конфігурацій.

Означення 4. Координатами вершини $v' \in V$ графа $G_{Tr}^{X}(V,U)$, де $V = \{v = x(x_1, x_2, ..., x_m) \mid x \in X\}$ називається вектор $(x'_1, x'_2, ..., x'_m) \in X$, що їй відповідає.

Означення 5. Типом вершини $v' \in V$ графа $G_{Tr}^{X}(V,U)$ називається v_t^i – порядок перших t координат, що визначається елементами множини перестановок без повторень P_t, $i \in J_{|P_t|}$.

Означення 6. Закріпленими h координатами підграфа $\tilde{G}_{Tr}^{X}(\tilde{V},\tilde{U}) \subset G_{Tr}^{X}(V,U)$ називаються такі координати з номерами $m-h+j, j \in J_h$, значення яких $x'_{m-h+1}, x'_{m-h+2}, ..., x'_m$ є незмінним для всіх вершин $v \in \tilde{V}$ підграфа $\tilde{G}_{Tr}^{X}(\tilde{V},\tilde{U})$.

Множину закріплених h координатами позначимо через p^h, $|p^h| = |A_h^r|$.

У транспозиційному графі G_{Tr}^{X} виділимо підграф $\tilde{G}_{Tr}^{X}(\tilde{V},\tilde{U})$, що об'єднує усі вершини, які задовольняють набору умов Υ. Нехай Υ описується парою

$$\langle \tilde{v}_t^i, \tilde{p}^h \rangle, \tilde{v}_t^i \in V_t, \tilde{p}^h \in p^h, \tag{6}$$

тобто $\tilde{G}_{Tr}^{X}(\tilde{V},\tilde{U})$ визначається певним порядком перших t координат та закріпленими h координатами. Координати вершин матимуть вигляд

$$(x_1, ..., x_t, x_{t+1}, ..., x_{m-h}, x'_{m-h+1}, ..., x'_m), \tag{7}$$

причому має виконуватись умова $t+h \le m$. Якщо $t+h = m$, то підграф $\tilde{G}_{Tr}^{X}(\tilde{V},\tilde{U})$ складається з однієї єдиної вершини, тому будемо розглядати лише підграфи, для яких $t+h < m$.

Означення 7. Вільними координатами вершин підграфа $\tilde{G}_{Tr}^{X}(\tilde{V},\tilde{U})$, для якого виконуються умови (6), (7), назвемо множину $\tilde{\mathrm{X}} = \{x_{t+1}, x_{t+2}, ..., x_{m-h}\}$.

Нехай на підграфі $\tilde{G}_{Tr}^{X}(\tilde{V},\tilde{U})$ визначено тип вершини $\tilde{v}_t^i \in V_t$ так, що для перших t координат виконується умова

$$x_{j_1} \le x_{j_2} \le ... \le x_{jt}, \text{ при } j_1 \le j_2 \le ... \le \mathrm{j}_h, \tag{8}$$

а також закріплені h координат

$$\tilde{p}^h = \left\{ x'_{m-h+j} \right\}, j \in J_h , \tag{9}$$

та для решти координат виконується умова

$$x_{t+1} \le x_{t+1} \ldots \le x_{m-h} , \tag{10}$$

Означення 8. Головною вершиною v_0 або витоком графа $\tilde{G}^X_{Tr}\left(\tilde{V}, \tilde{U}\right)$, для якого виконуються умови (8)–(10), назвемо таку, що

$$x_{j_1} \le x_{j_2} \le \ldots \le x_{jt} \le x_{t+1} \le x_{t+1} \ldots \le x_{m-h} , \text{ при } j_1 \le j_2 \le \ldots \le j_h . \tag{11}$$

Для генерації всіх вершин графа виконаємо послідовність транспозицій для кожної із вільних вершин. Нехай i' – координата для якої здійснюється поточна транспозиція, $i' \in \left\{ t+1, t+2, \ldots, m-h \right\}$. Здійснимо транспозицію відповідно такій послідовності кроків.

Крок1. Покладемо $i' = m-h$, $k' = \left|\tilde{\mathrm{X}}\right| = \left(m-h-t\right)$, $v' = v_0$, $j' = 1$, $V'_{j'} = \left\{ v' \right\}$ – множина вершин, для яких необхідно виконати послідовність транспозицій.

Крок2. Здійснимо послідовні транспозиції усіх $v \in V'_{j'}$:

$$x_{i'} \leftrightarrow x_{i'-1} \leftrightarrow \ldots \leftrightarrow x_{h+1} \leftrightarrow x_{j_t} \leftrightarrow x_{j_{t-1}} \leftrightarrow \ldots \leftrightarrow x_{j_2} \leftrightarrow x_{j_1} ,$$

12)

Таких транспозицій виконано $\left(i'-1\right)$, у результаті чого маємо $\left(i'-1\right)$ нових вершин, множину яких позначимо через $V'' = \left\{ v_{\tilde{i}j'}, \tilde{i} \in J_{i'-1} \right\}$. Збільшимо j' на 1. Додамо одержані вершини до поточної множини вершин, тобто $V'_{j'} = V'_{j'-1} \cup V''$.

Крок3. Зменшуємо i' на 1. Якщо $i' > t$, то переходимо на крок 1, інакше – генерація вершин завершена.

Приклади графів, побудованих згідно кроків 1–3 подано на рисунках 1, 2.

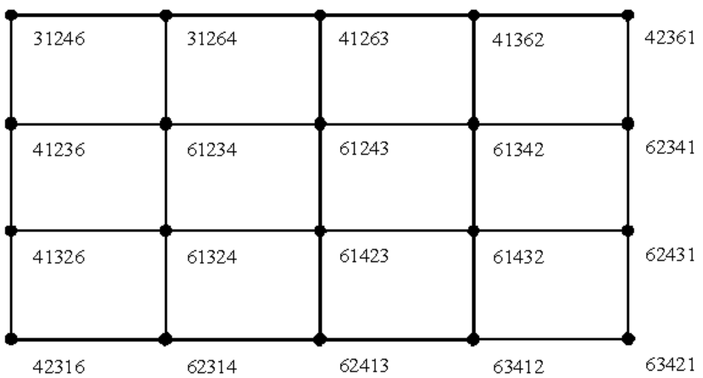


Рисунок 1 – Підграф $\tilde{G}^X_{Tr}\left(\tilde{V}, \tilde{U}, \Upsilon^*\right)$, $\Upsilon^* = \left\langle x_6 = 5, v_3^4 = \left(3,1,2\right) \right\rangle$

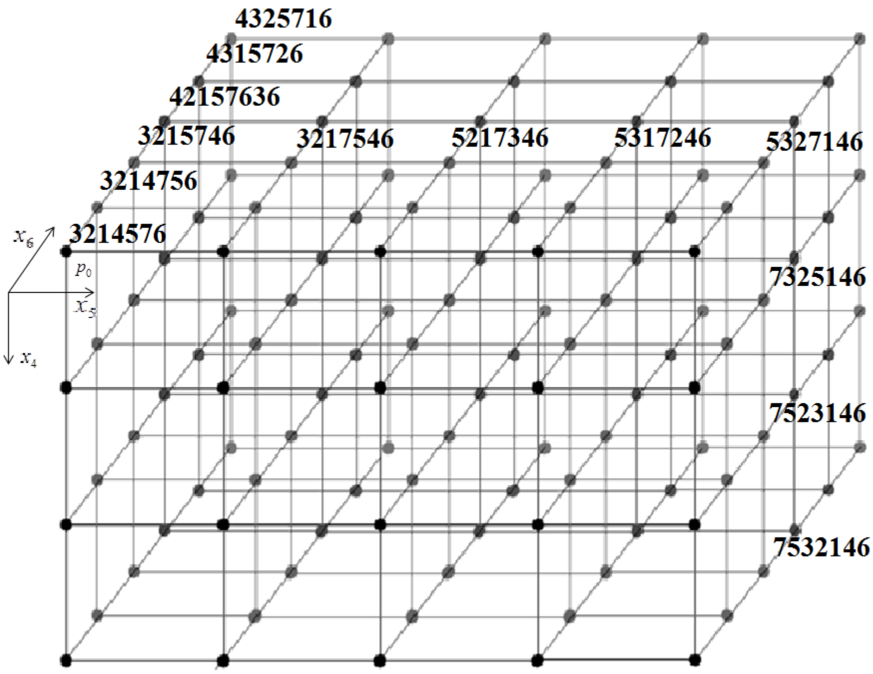


Рисунок 2 – Підграф $\tilde{G}_{Tr}^{X}\left(\tilde{V},\tilde{U},\Upsilon^{*}\right)$, $\Upsilon^{*}=\left\langle x_7=6, v_3^{*}=(3,2,1)\right\rangle$

Визначимо суміжні вершини як такі, що з'єднують вершини, утворені транспозиціями вигляду (12), а ребра, що їх з'єднують позначимо через $\tilde{U}_s$.

Означення 9. Вершини v_i, v_{i+1} графа $\tilde{G}_{Tr}^{X}\left(\tilde{V},\tilde{U},\tilde{\Upsilon}\right)$ називаються відповідно попередньою та наступною вершинами, якщо v_{i+1} одержується з v_i однією транспозицією вигляду (12).

Означення 10. Нехай $Gr\left(X',\Upsilon\right)$ – граф, вершини якого відповідають елементам множини $X'\subseteq X$ – підмножини деякої e-конфігурації, та Υ – умови вигляду (6). Тоді якщо для вершин $Gr\left(X',\Upsilon\right)$ виконуються умови (8) – (11), і кожна з них згенерована послідовністю транспозицій (12), тоді такий граф назвемо грід-графом (Grid Graph) евклідової комбінаторної конфігурації.

Теорема 1. Якщо існує скінчена множина грід-графів $GR^{X}=\left\{Gr_1\left(X_1',\Upsilon_1\right),Gr_2\left(X_2',\Upsilon_2\right),...,Gr_l\left(X_l',\Upsilon_l\right)\right\}$, таких, що виконується умови: $X_1'\bigcap X_2'\cap...\cap X_l'=\varnothing$ $X_1'\cup X_2'\cup...\cup X_l'=X$, то існує множина ребер U' така, що $GR^{X}\cup U'=G_{Tr}^{X}$, тобто граф GR^{X} буде підграфом G_{Tr}^{X} – транспозиційного графа e-конфігурації X.

Нехай задано лінійну функцію $f(x)=\left\langle c_i x_i\right\rangle, i\in J_m$. Значення функції у вершинах графа дорівнює її значенню у відповідних точках e-конфігурації.

Теорема 2. Нехай $Gr\left(X',\Upsilon\right)$ – грід-граф множини e-конфігурацій, а $x',x''\in V$ – суміжні вершини, що відрізняються транспозицією елементів x_l та x_s, і задано функцію $f(x)=\left\langle c_i x_i\right\rangle, i\in J_m$, тоді значення функції у вершинах x' та x'' відрізнятиметься на величину $\Delta_{l-s}=(x_l-x_s)(c_l-c_s)$.

Теорема 2 дозволяє скоротити кількість обчислень, якщо необхідно знайти значення заданої функції у вершинах графа, оскільки достатньо обчислити значення в одній з них, а потім усі наступні обчислювати шляхом віднімання різниці.

Теорема 3. Нехай $Gr(X',\Upsilon)$ – грід-граф множини e-конфігурацій, а $x',x''\in V$ – суміжні вершини, що відрізняються транспозицією елементів x_l та x_s, і задано функцію $f(x)=\langle c_i x_i\rangle, i\in J_m$, тоді значення функції у вершині x'' обчислюється за формулою $f(x'')=f(x')-(x_l-x_s)(c_l-c_s)$.

Нехай задано лінійну функцію, коефіцієнти якої впорядковані за зростанням, тобто

$$f(x)=\langle c_i x_i\rangle, i\in J_m,\ c_1\le c_2\le ...\le c_m. \tag{13}$$

Дослідимо властивості функції (13) на грід-графі.

Теорема 4. Нехай на грід-графі e-конфігурацій $Gr(X',\Upsilon)$ довільно вибрані $x',x''\in V$ – суміжні послідовні вершини $Gr(X',\Upsilon)$, із яких x' є попередньою, а x'' – наступною, та задано функцію (13), тоді виконується умова $f(x')\ge f(x'')$, тобто значення лінійної функції з упорядкованими коефіцієнтами у наступній вершині буде не більшим за відповідне значення у попередній вершині грід-графа.

Теорема 5. Нехай v^0 – головна вершина грід-графа e-конфігурацій $Gr(X',\Upsilon)$, якій відповідає $x^0\in X'$. На $Gr(X',\Upsilon)$ задана функція $f(x)$ вигляду (2.35), тоді $f(x^0)=\max\limits_{x\in X'} f(x)$, тобто лінійна функція із впорядкованими за зростанням коефіцієнтами досягає максимального значення на грід-графі $Gr(X',\Upsilon)$ у точці витоку (у головній вершині).

Означено та досліджено властивості структурного графа e-конфігурацій. Нехай підмножини X' множини комбінаторних конфігурацій X визначаються h закріпленими координатами, а елементами множини мають вигляд $x=(x_1,x_2,...,x_m)$.

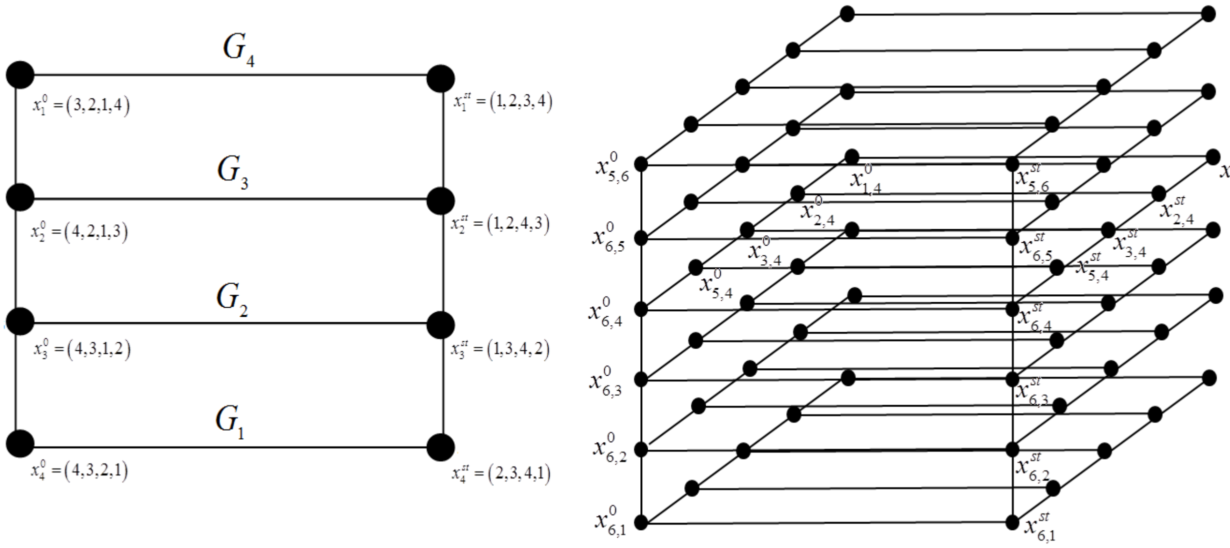
Означення 11. Нехай $G^{X'}(\tilde{V},\tilde{U})$ – граф підмножини X' комбінаторних конфігурацій X, причому множина X' структурована таким чином, що $X'=X_1'\cup X_2'\cup ...\cup X_\lambda'$ і кожна підмножина $X_i', i\in J_\lambda$ відповідає вершинам із h закріпленими координатами та представлена двома вершинами x_i^0 та x_i^{st} такими, що для лінійної функції $f(x)$ вигляду (13) справджуються умови:

$$f(x_i^0)=\max_{x\in X_i'} f(x),\quad f(x_i^{st})=\min_{x\in X_i'} f(x), \tag{14}$$

а ребрами графа $G^{X'}\left(\tilde{V},\tilde{U}\right)$ є такі, що з'єднують відповідні вершини x_i^0 і x_i^{st}, та вершини, утворені послідовними транспозиціями закріплених координат, тоді такий граф називатимемо структурним графом множини евклідових комбінаторних конфігурацій і позначатимемо $G_S^X\left(\tilde{V},\tilde{U},h\right)$.

Означення 12. Вершини x_i^0 та x_i^{st} підмножин $X_i', i\in J_\lambda$ структурного графа $G_S^X\left(\tilde{V},\tilde{U},h\right)$, для яких виконуються умови (14) називаються відповідно вершинами витоку та стоку $G_S^X\left(\tilde{V},\tilde{U},h\right)$, а величину λ назвемо рівнем структурного графа.

Приклади структурних графів подані на рисунку 3.



а) б)

Рисунок 3 – Приклади структурних графів а) $G_S^X\left(\tilde{V},\tilde{U},1\right)$; б) $G_S^X\left(\tilde{V},\tilde{U},2\right)$

Теорема 6. Нехай задано функцію $f(x)$ вигляду (13) на структурному графі e-конфігурацій $G_S^X\left(\tilde{V},\tilde{U},\mathrm{h}\right)$ і задано значення B тоді виконується одна із перелічених умов: а) якщо $f\left(x_i^0\right)\le B$, тоді $\forall x\in X_i': f(x)\le B$; б) якщо $f\left(x_i^{st}\right)\ge B$, то $\forall x\in X_i': f(x)\ge B$; в) якщо $f\left(x_i^0\right)\ge B\ge f\left(x_i^{st}\right)$, тоді $\exists X'_{i,\ge B}\subset \mathrm{X}'$, $X'_{i,\ge B}=\left\{x\in X_i' : f(x)\ge B\right\}$, $\exists X'_{\le B}\subset \mathrm{X}'$, $X'_{i,\le B}=\left\{x\in X_i' : f(x)\le B\right\}$.

Означення 13. Послідовний розгляд структурних графів e-конфігурацій $G_S^X\left(\tilde{V},\tilde{U},1\right)$, $G_S^X\left(\tilde{V},\tilde{U},2\right)$, $G_S^X\left(\tilde{V},\tilde{U},3\right)\ldots$ назвемо зануренням у структурний граф G_S^X.

Грід-граф та структурний граф e-конфігурацій використовуються у запропонованих нижче методах розв'язування задачі (4)–(5).

Основні результати другого розділу опубліковані в [1, 4, 5, 8–10, 12, 13, 15, 17, 24].

У **третьому** розділі запропоновані нові методи та підходи до розв’язування векторних оптимізаційних задач на комбінаторних конфігураціях. Перші два методи, а саме комбінований метод та модифікований метод послідовного вводу обмежень, використовують прийоми відомих методів векторної оптимізації та метод комбінаторного відсікання, та дають у результаті один розв'язок, що належить множині оптимальних за Парето. На відміну від них далі запропоновано підхід до розв’язування комбінаторних задач з використаннях теорії графів. Запропоновані горизонтальний та координатний методи. Координатний метод розв’язування векторної задачі на e-конфігураціях використовує процедуру, що складається з таких кроків.

1. Задати початкові значення змінних: $t=1$, $\tilde{k}=m-\tilde{h}$, $i=m$.

2. Зафіксувати тип вершини $v_t=(i_1,i_2,...,i_{\tilde{t}})$, де $i_1\cup i_2\cup...\cup i_{\tilde{t}}=\{1,2,...,\tilde{t}\}$. Номер підграфа i.

3. Задати значення таким чином: $x_s=i$, $x_{s-1}=\max\{J_s\setminus x_s\}$, $x_{s-2}=\max\{J_s\setminus(x_s,x_{s-1})\}$, …, $x_4=\max\{J_s\setminus(x_s,x_{s-1},..,x_5)\}$. Числа $\{J_s\setminus(x_s,x_{s-1},..,x_{\tilde{k}})\}$ впорядкувати за зростанням $j_1<j_2<...<j_{\tilde{t}}$. Тоді $x_1=j_{i_1}, x_2=j_{i_2},...,x_{\tilde{t}}=j_{i_{\tilde{t}}}$. Це й будуть координати головної вершини (витоку) x^0. Обчислимо значення функції в коді головної вершини $g(x^0)$.

4. Задати значення таким чином: $x_s=i$, $x_{s-1}=\min\{J_s\setminus x_s\}$, $x_{s-2}=\min\{J_s\setminus(x_s,x_{s-1})\}$, …, $x_4=\min\{J_s\setminus(x_s,x_{s-1},..,x_5)\}$. Числа $\{J_s\setminus(x_s,x_{s-1},..,x_4)\}$ впорядкувати за спаданням $j_1<j_2<...<j_{\tilde{t}}$. Тоді $x_1=j_{i_1}, x_2=j_{i_2},...,x_{\tilde{t}}=j_{i_{\tilde{t}}}$. Це будуть координати правої нижньої вершини – стоку x^{st}. Обчислимо значення функції в коді стоку $g(x^{st})$.

5. Оптимізація пошуку: визначити напрям пошуку в побудованій мережі шляхом порівняння значень $g(x^0)$ и $g(x^{st})$ із заданим $B*$ за таким правилом: якщо $g(x^0)-B*\le B*-f(x^{st})$, то провести пошук від витоку до стоку (перейти на крок 6), інакше – від стоку до витоку (перейти до пункту 7).

6. Розглянути та впорядкувати за спаданням значення: $x_k, k\in J_n$, $j_k>j_{k-1}>...>j_1$. Провести розгортання графа в напрямку координати x_k, шляхом послідовних транспозицій: $j_k\Leftrightarrow j_{k-1}\Leftrightarrow...\Leftrightarrow j_1$, що приведуть до утворення координат ще $k-1$ вершин $p_2,p_3,..,p_k$. Ці координати вершин є координатами вершин грід-графа. Перейти до пункту 8.

7. Розглянути та впорядкувати за зростанням значення $x_k, k\in J_n$. Провести розгортання графа в напрямку координати x_k, шляхом послідовних транспозицій: $j_1\Leftrightarrow...\Leftrightarrow j_{k-1}\Leftrightarrow j_k$, що приведуть до утворення координат ще $k-1$ вершин $p_{st2},p_{st3},..,p_{stk}$.

8. Знайти значення функції у цих вершинах, використовуючи їх координати: $g(p_n)=g(p_{n-1})-\Delta_{n-1}$, $\Delta_{n-1}=(j_n-j_{n-1})(c_n-c_{\mu(n-1)})$, де $\mu(\lambda)$ − номер місця числа j_λ в коді перестановки p_{n-1}.

9. Перевірити виконання таких умов:

а) якщо $g(p_m)\geq B*$ (шукані значення можуть міститися у підграфі), то включаємо m-ту перестановку в наступний пошук. Перейти на крок 10;

б) якщо для всіх знайдених координат $g(p_m)<B*$ і $i-1\leq 1$ (шукані значення відсутні у побудованому підграфі, але не всі координати були зафіксовані для визначеного типу першини), то перейти до розгляду грід-графів, зафіксувавши наступну координату $x_s=i$ – перейти до пункту 2;

в) якщо для всіх знайдених координат вершин $g(p_m)<y*$ і $i-1=0$ (шукані значення відсутні у побудованому грід-графі, всі координати були зафіксовані та розглянуті для визначеного типу першини), то присвоїти $i=6$ і перейти до розгляду грід-графів з типом вершин v_{t+1}. Перейти до пункту б. Якщо $t+1\leq 6$ (не всі типи вершин були розглянуті) перейти по пункту 2, інакше – завершити роботу процедури координатного методу для поточного обмеження.

На відміну від методів комбінаторного відсікання, що розглядає весь багатогранник відповідної множини, координатний метод працює безпосередньо з його вершинами. Наведена процедура може бути застосована для побудови методів розв'язування векторної задачі комбінаторної оптимізації у поєднанні з відомими методами, зокрема з методом згортки. Приклад схеми алгоритму за координатним методом подано на рисунку 4.

Рисунок 4 – Схема алгоритму за координатним методом

Ще одним варіантом застосування координатного методу є його модифікація з використанням методу послідовного вводу обмежень або методом головного критерію. Особливість методів у безпосередній роботі з системою лінійних обмежень для формування множини точок, що задовольняють додатковим умовам задачі. Такий підхід дозволяє поєднувати ці комбінаторні методи з методами векторної оптимізації.

Розроблені приклади векторних моделей прикладних задач як підтвердження практичної значущості запропонованої теми.

Розглянемо побудову моделі задачі визначення ефективності вкладів у нерухомість. Нехай підприємство має k активів для вкладень у нерухомість $A=(a_1,...,a_k)$. Причому частина цих сум може бути використана лише для здійснення вкладів a_i^1 на період до n_1 років, a_i^2 – на n_2 років і так далі, a_i^s на період до n_s. $x=(x_1,...,x_k)$ – шуканий план вкладів у нерухомість, який необхідно знайти, де x_i – сума вкладу у i-й вид нерухомості.

Підприємству доступна інформація про ризики від вкладу у нерухомість i-го виду – $c_i^1, i \in N_k$, дохід від нерухомості i-го виду – $c_i^2, i \in N_k$, а також сума витрат на утримання i-го виду нерухомості – $c_i^3, i \in N_k$. Описана вище побудова множини допустимих значень відповідає конфігурації поліперестановок $P_{kn}^s(A,H)$. За умови, що усі суми різні і можуть бути використані на однаковий термін, тоді побудована множина відповідає конфігурації перестановок $P_n(A)$. Якщо суми повторюються, то одержимо конфігурацію перестановок з повтореннями $P_{kn}(A)$. За умови, що варіантів вкладу менше, ніж доступних сум, тоді відповідно матимемо комбінаторні конфігурації розміщень A_k^n або розміщень з повтореннями A_{qk}^n. Узагальнюючи всі варіанти, комбінаторну множину позначимо через X.

Отже, для отримання оптимального плану вкладів у нерухомість потрібно оптимізувати такі критерії: сума ризиків від вкладу $f_1(x)=\min < c_i^1, x >, i \in N_k$; прибуток від вкладу $f_2(x)=\max < c_i^2, x >, i \in N_k$; витрати на утримання (експлуатацію) нерухомості $f_3(x)=\min < c_i^3, x >, i \in N_k$.

Оскільки вклад у нерухомість пов'язаний з необхідністю подальших витрат на утримання, то виникають додаткові обмеження пов’язані з ресурсами підприємства $A_{ij}x_j \le b_j$, де $i \in N_m, j \in N_k$, де A_{ij} – затрати ресурсів j-го виду на утримання i-го виду нерухомості; b_j – наявність ресурсів j-го виду.

Отже, маємо задачу: знайти таке значення $x=(x_1,...,x_k) \in X$, яке є оптимальним для функцій: $f_1(x)=< c_i^1, x > \to \min, i \in N_k$, $f_2(x)=< c_i^2, x > \to \max, i \in N_k$, $f_3(x)=< c_i^3, x > \to \min, i \in N_k$ та задовольняє обмеженням: $A_{ij}x_j \le b_j$.

Одержана модель векторної задачі на комбінаторних конфігураціях, яка може бути розв’язана запропонованими у роботі методами.

Запропоновані у роботі нові методи є збіжними. Вони передбачають розв'язання ряду підзадач, складність кожної з яких прирівнюється до складності методу дихотомії і не перевищує n^2, де n – потужність індукуючої множини комбінаторних конфігурацій. Координатний та горизонтальний методи дозволяють розв'язувати задачі векторної оптимізації на евклідових комбінаторних конфігураціях.

Основні результати третього розділу опубліковані в [1–25].

ВИСНОВКИ

У дисертаційній роботі розв'язане наукове завдання побудови ефективних методів розв'язування векторних задач оптимізації на комбінаторних конфігураціях.

1. У роботі виконано аналіз методів розв'язування задач комбінаторної і векторної оптимізації. Встановлено, що відсутні спеціальні методи розв'язування задач з кількома критеріями на комбінаторних конфігураціях.

2. Сформульована постановка векторної задачі на евклідових комбінаторних конфігураціях та виділена задача векторної лінійної евклідової комбінаторної оптимізації, тобто таких, де векторний критерій та система додаткових обмежень задачі складаються з лінійних функцій.

3. Уперше сформульовані означення та правила побудови грід-графа та структурного графа множин евклідових комбінаторних конфігурацій, досліджені їх властивості, сформульовані та доведені відповідні теореми. Властивості грід-графів та структурних графів покладені в основу розробки нових методів розв'язування векторних задач на евклідових комбінаторних конфігураціях, оскільки дозволяють здійснювати ефективний аналіз множини допустимих розв'язків задачі.

4. Метод комбінаторного відсікання поширено на векторні задачі шляхом синтезу із методами векторної оптимізації, а саме розроблено комбінований метод, який поєднує векторні властивості задачі та комбінаторний характер множини, що дозволило застосувати вказаний метод для розв'язування векторних задач на комбінаторних конфігураціях.

5. Розроблено методи розв'язування векторних задач лінійної оптимізації на евклідових комбінаторних конфігураціях, а саме горизонтальний та координатний методи. Розроблені методи розв'язування задачі векторної оптимізації на евклідових комбінаторних конфігураціях без додаткових обмежень. Використання названих методів, що поєднують надбання векторної оптимізації та властивості комбінаторних конфігурацій, дозволяє знайти розв'язки вказаної задачі.

6. За алгоритмами запропонованих методів розв'язані приклади та проведені числові експерименти. Комбінований метод та метод послідовного введення обмежень базуються на методі комбінаторного відсікання, ефективність якого вже доведена. Встановлено, що алгоритми координатного і

горизонтального методів є збіжними і, за рахунок побудови, дозволяють реалізацію шляхом паралельних обчислень, оскільки аналіз за кожним з лінійних обмежень задачі, може проводитись незалежно. Їх складність залежить від складності ряду підзадач, що не перевищує n^2.

7. Побудовані моделі прикладних задач, що є векторними задачами на комбінаторних конфігураціях, такі як моделі задачі визначення ефективності вкладів у нерухомість; модель задачі панування виробництва; модель задачі забезпечення ефективної роботи сайту; модель задачі вибору модулів при розробці програм; модель задачі оптимального розподілу масивів по рівням пам'яті комп'ютера; модель задачі вибору оптимального комплекту вимірювальних приладів.

СПИСОК ОПУБЛІКОВАНИХ ПРАЦЬ ЗА ТЕМОЮ ДИСЕРТАЦІЇ

1. Колєчкіна Л. М., Родіонова О. А. Постановка задачі багатокритеріальної комбінаторної оптимізації на полірозміщеннях та підхід до розв’язання // Радиоэлектроника и информатика. 2007. №. 1. С. 84–88.
2. Kolechkina L. N., Rodionova E. A. Multicriteria combinatorial optimization problems on a set of polypermutations // Cybernetics and Systems Analysis. 2008. Vol. 44. No. 2. P. 276–288.
3. Колечкина Л. Н., Родионова Е. А. Моделирование прикладных задач векторными задачами на комбинаторных конфигурациях // Радиоэлектроника и информатика. 2009. № 3. С. 62−68.
4. Колєчкіна Л. М., Родіонова О. А. Багатокритеріальні комбінаторні задачі на поліпереставновках та методи їх розв’язування // Вісник Львівського університету. Серія прикладна математика та інформатика. 2010. Випуск 16. С. 28–39.
5. Колєчкіна Л. М., Родіонова О. А. Розв’язування екстремальних задач на комбінаторних конфігураціях за умови багатокритеріальності // Штучний інтелект. 2011. № 2. С. 137–143.
6. Колєчкіна Л. М., Родіонова О. А. Підхід до розв’язування екстремальних задач на комбінаторних конфігураціях // Питання прикладної математики і математичного моделювання : зб. наук. пр. / ред. О.М. Кісельової та ін. Дніпропетровськ : Вид-во Дніпропетр. нац. ун-ту, 2011. С. 183–190.
7. Колечкина Л. Н., Дверная Е. А. Модифицированный подход к решению многокритериальных экстремальных задач на комбинаторных конфигурациях // Теорія оптимальних рішень. 2012. С. 98–103.
8. Koliechkina L. N., Dvernaya E. A., Nagornaya A. N. Modified coordinate method to solve multicriteria optimization problems on combinatorial configurations // Cybernetics and Systems Analysis. 2014. Vol. 50. No. 4. P. 620–626.
9. Koliechkina L. M., Dvirna O. A. Solving Extremum Problems with Linear Fractional Objective Functions on the Combinatorial Configuration of Permutations

Under Multicriteriality // Cybernetics and Systems Analysis. 2017. Vol. 53. No. 4. P. 590–599.

10. Родіонова О. А. Постановка задачі багатокритеріальної оптимізації на множині полірозміщень // Наукові записки: матеріали звітної наукової конференції викладачів, аспірантів, магістрантів і студентів фізико-математичного факультету (м. Полтава, 15 травня 2008 р.). Полтава : АСМІ, 2008. С. 38–39.

11. Колєчкіна Л. М., Родіонова О. А. Модель багатокритеріальної комбінаторної задачі на перестановках // XV International Conference Problems Of Decision Making Under Uncertainties: abstracts (PDMU−2009). (Shidnica, April 27–30, 2009). Київ : Освіта України, 2009. С. 117–118.

12. Колєчкіна Л. М., Родіонова О.А. Підхід до розв’язування екстремальних задач на комбінаторних конфігураціях // Математичне та програмне забезпечення інтелектуальних систем: тези доповідей XIV Міжнародної науково-практичної конференції MPZIS-2010, (м. Дніпропетровськ, 10–12 листопада 2010 р.). Дніпропетровськ : ДНУ, 2010. С. 109–110.

13. Колєчкіна Л. М., Родіонова О. А. Локалізація значень функції, заданої на розміщеннях // Комп’ютерні науки та інженерія: матеріали IV конференції молодих вчених CSE-2010 (м. Львів, 25–27 листопада 2010 р.). Львів: Видавництво Львівської політехніки, 2010. С. 240 – 241.

14. Родіонова О.А. Програма розв’язування багатокритеріальних задач на полікомбінатоних множинах // XV International Conference Problems Of Decision Making Under Uncertainties (PDMU-2010) : abstracts (Lviv, May 17–21, 2010). Київ : Освіта України, 2010. С. 139–140.

15. Родіонова О. А. Екстремальні задачі на комбінаторних конфігураціях при умові багатокритеріальності // Обчислювальний інтелект (результати, проблеми, перспективи): матеріали 1-ї Міжнародної науково-технічної конференції (м. Черкаси, 10–13 травня 2011 р.). Черкаси : Маклаут, 2011. С. 474.

16. Колечкина Л. Н., Дверная Е. А. Модифицированный алгоритм координатного метода для решения многокритериальных комбинаторных задач // Інформатика та системні науки (ІСН-2012) : матеріали III Всеукраїнської науково-практичної конференції (м. Полтава, 1–3 березня 2012 року). Полтава : ПУЕТ, 2012. С. 144–147.

17. Колєчкіна Л. М., Двірна О. А. Використання властивостей комбінаторних конфігурацій для розв’язування екстремальних комбінаторних задач // Інформатика та системні науки (ІСН-2013) : матеріали III Всеукраїнської науково-практичної конференції (м. Полтава, 21–23 березня 2013 року).). Полтава : ПУЕТ, 2013. С. 153–156.

18. Колєчкіна Л. М., Двірна О. А. Розв’язування екстремальних задач на комбінаторних конфігураціях за умови багатокритеріальності з використанням

методу послідовного введення обмежень // Комбінаторна оптимізація та нечіткі множини (КОНеМ-2013) : матеріали ІІІ Всеукр. наук. семінару, (м. Полтава, 30–31 серпня 3013 р.) / за ред. О. О. Ємця. Полтава : ПУЕТ, 2013. С. 51–53.

19. Двірна О. А. Переваги використання координатного методу при розв'язувані екстремальних задач на комбінаторних конфігураціях при умові багатокритеріальності // Структурні зміни у суспільстві та економіці під впливом комунікацій та інформації : матеріали Міжнародної науково-практичної конференції (м. Полтава, 12–13 травня 2016 року). Полтава : ПУЕТ, 2016. С. 326–329.

20. Колєчкіна Л. М., Двірна О. А. Алгоритм модифікованого координатного методу для розв'язування екстремальних задач з дробово−лінійною функцією цілі на комбінаторних конфігураціях // Математичне та програмне забезпечення інтелектуальних систем : тези доповідей XIV Міжнародної науково-практичної конференції MPZIS-2016, (м. Дніпро, 16–18 листопада 2016 р.) / Під загальною редакцією О.М. Кісельової, Дніпро : ДНУ, 2016. С. 102–103.

21. Колєчкіна Л. М., Двірна О. А. Розв'язування векторних екстремальних комбінаторних задач з дробово-лінійними функціями цілі на конфігурації перестановок // Інформатика та системні науки (ІСН–2017) : матеріали VIII Всеукраїнської науково-практичної конференції за міжнародною участю (м. Полтава, 16–18 березня 2017 р.) / за ред. Ємця О. О. Полтава : ПУЕТ, 2017. С. 143–145.

22. Колечкина Л. Н., Дверная Е. А. Подход к решению векторных задач с дробно-линейными функциями цели на комбинаторной конфигурации перестановок // Обчислювальний інтелект (результати, проблеми, перспективи): праці міжнар. наук.-практ. конф., (Київ-Черкаси, 16−18 травня 2017 р.); наук. ред. В.Є. Снитюк. Київ : ВПЦ «Київський університет», 2017. С. 343.

23. Дверная Е. А. Модификация горизонтального метода локализации значения функции для решения векторных задач на комбинаторных конфигурациях // Наука и образование – 2018 : сборник материалов XIII Международной научной конференции студентов и молодых ученых (г. Астана, 12 апреля 2018 г.). Астана : ЄУУ, 2018. С. 1634–1637.

24. Двірна О. А. Використання схем підграфів при розв'язуванні задач векторної оптимізації на комбінаторних конфігураціях // Потенціал сучасної науки (частина І) : матеріали ІІІ Міжнародної науково-практичної конференції (м. Київ, 10−11 листопада 2018 р.). Київ : МЦНД, 2018. С. 57–59.

25. Двірна О.А. Розв'язування задач векторної оптимізації на комбінаторних конфігураціях без додаткових обмежень // Міжнародний науковий симпозіум «Інтелектуальні рішення». Теорія прийняття рішень : праці наукової школи-семінару, (м. Ужгород, 15–20 квітня 2019 р.) / М-во освіти і науки України, ДВНЗ «Ужгородський національний університет», наук. ред. Л. Ф. Гуляницький. Ужгород : УНУ, 2019. С. 79–80.

АНОТАЦІЯ

Двірна О. А. Моделі та методи розв'язування векторних задач дискретної оптимізації на комбінаторних конфігураціях. – На правах рукопису.

Дисертація на здобуття наукового ступеня кандидата фізико-математичних наук за спеціальністю 01.05.02 – математичне моделювання та обчислювальні методи. – Харківський національний університет радіоелектроніки Міністерства освіти і науки України, Харків, 2019.

Дисертацію присвячено актуальному завданню розробки методів розв’язування векторних задач оптимізації на комбінаторних конфігураціях. Актуальним є підхід до розв’язування комбінаторних задач з використанням теорії графів, що є підґрунтям для пошуку нових методів розв’язування та удосконалення існуючих.

У роботі розглядається векторна задача оптимізації на евклідових комбінаторних конфігураціях. Для її розв’язування запропоновано методи з використанням графів комбінаторних конфігурацій. Означено та досліджено властивості грід-графів і структурного графа e-конфігурацій. Одержані результати дозволили розробити нові методи розв’язування векторних задач на комбінаторних конфігураціях.

Розроблено координатний та горизонтальний методи розв’язування векторних оптимізаційних задач. Побудовані моделі прикладних задач, що є векторними задачами на комбінаторних конфігураціях, які свідчать про необхідність подальшого розвитку векторної оптимізації на комбінаторних конфігураціях.

Ключові слова: векторна оптимізація, горизонтальний метод, грід-граф, евклідові комбінаторні конфігурації, комбінаторна оптимізація, комбінаторні конфігурації, координатний метод, модель векторної задачі на комбінаторних конфігураціях, структурний граф.

АННОТАЦИЯ

Дверная Е. А. Модели и методы решения векторных задач дискретной оптимизации на комбинаторных конфигурациях. – На правах рукописи.

Диссертация на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.05.02 – математическое моделирование и вычислительные методы. – Харьковский национальный университет радиоэлектроники Министерства образования и науки Украины, Харьков, 2019.

Диссертация посвящена актуальному заданию разработки методов решения векторных задач оптимизации на комбинаторных конфигурациях. Актуальным является подход к решению комбинаторных задач с

использованием теории графов, что является основой для поиска новых методов решения и усовершенствования существующих.

В работе рассматривается векторная задача оптимизации на евклидовых комбинаторных конфигурациях. Для ее решения предложены методы с использованием графов комбинаторных конфигураций. Определены и исследованы свойства грид-графов и структурного графа e-конфигураций. Полученные результаты позволили разработать новый метод решения векторных задач на комбинаторных конфигурациях.

Разработан координатный и горизонтальный методы решения векторных оптимизационных задач. Построены модели прикладных задач, которые свидетельствуют о необходимости дальнейшего развития векторной оптимизации на комбинаторных конфигурациях.

Ключевые слова: векторная оптимизация, горизонтальный метод, грид-граф, евклидовы комбинаторные конфигурации, комбинаторная оптимизация, комбинаторные конфигурации, координатный метод, модель векторной задачи на комбинаторных конфигурациях, структурный граф.

ABSTRACT

Dvirna O. A. The models and solving's methods of discrete optimization's vector problems on combinatorial configurations. – Manuscript.

The thesis for the candidate of physical and mathematical sciences degree on a specialty 01.05.02 – mathematical modeling and computational methods. – Kharkiv National University of Radio Electronics of Ministry of Education and Science of Ukraine, Kharkiv, 2019.

The dissertation is devoted to the actual problem of developing methods for solving vector problems of discrete optimization on combinatorial configurations. A number of practical tasks in the fields of economics, management, planning, designing of complex systems include the search for an extreme value of the magnitude and value of the variables in which it is achieved, which can be presented as models of vector problems of combinatorial optimization, since many applications have a multicriterial condition. There is a problem of combining extreme problems in combinatorial configurations with vector problems. For each separate class of tasks, scientists have carried out fundamental research, but in aggregate, the above problem is complicated and poorly investigated. An approach to solving combinatorial problems using the graph theory is grounded, which is the basis for finding methods for solving and improving existing ones.

The properties of combinatorial configurations in connection with graph theory are studied. New definitions and theorems concerning the connection of combinatorial configurations with the theory of graphs are proposed, which allow to provide a combinatorial configuration in the form of structural graphs and grid graph, which is the basis for developing algorithms for solving problems in combinatorial configurations. The basis of these methods is a breakdown of the combinatorial

configuration graph, which allows you to perform a directed search and draw conclusions about the whole group of points, united by certain features.

Also it is considered the combinatorial optimization methods designed to solve combinatorial optimization problems. Existing methods cover a wide range of applications, presented by precise, approximate and heuristic algorithms, but the underdeveloped apparatus of combinatorial optimization for solving problems with a vector criterion. The paper proposes new methods based on the horizontal and coordinate methods of localizing the value of the function.

The methods of solving vector extreme problems on combinatorial configurations, among which the combined method, the modified method of sequential introduction of constraints, the coordinate method and the horizontal method are developed. The combined method and the modified method of sequencing constraints combine combinatorial methods of clipping with vector optimization methods. However, the result of the algorithms according to these methods is only one solution, which belongs to the set of optimal Pareto, and not the whole set of effective solutions. In turn, coordinate and horizontal methods allow the formation of a set of points satisfying the restriction of the problem. The search for optimal values is performed on the resulting set.

The constructed models of applied problems, which are vector problems in combinatorial configurations, such as the model of the problem of determining the efficiency of real estate investments; model of the task of production domination; model of the task of ensuring the effective work of the site; model of the task of selecting modules in the development of programs; model of the problem of optimal distribution of arrays on the levels of memory of the computer; model of the task of choosing an optimal set of measuring devices. These mathematical models of tasks from various applications indicate the need for the further development of vector optimization on combinatorial configurations.

Keywords: vector optimization, horizontal method, grid graph, Euclidean combinatorial configurations, combinatorial optimization, combinatorial configurations, coordinate method, vector problem’s model on combinatorial configurations, structural graph.

Підписано до друку 17.09.2019 року.
Формат 60х90/16. Папір 80 г/м^2. Ум. друк. арк. 0,9 + 0,1 (обкл.).
Друк оперативний. Тираж 100 прим. Зам. № 250

Видавець і виготовлювач Вищий навчальний заклад Укоопспілки «Полтавський університет економіки і торгівлі»,
36014, м. Полтава, вул. Коваля, 3, к. 115, (0532) 50-24-81

Свідоцтво про внесення до Державного реєстру видавців, виготовників і розповсюджувачів видавничої продукції ДК № 3827 від 08.07.2010